

Universidad del CEMA

Maestría en Finanzas

Mercado de Capitales

**Portafolios de Separación en el Mercado Accionario
Mexicano**

Ana Sofia Garza Morales

Buenos Aires, 20 de Noviembre de 2008.

Abstract

El objetivo del presente trabajo es analizar los conceptos y principios teóricos de los Portafolios de Separación; partiendo de la base de la Teoría de Portafolios Eficientes estudiados por Harry Markowitz en 1952, hasta las aportaciones fundamentales de Tobin en 1958, con la creación de la Línea del Mercado de Capitales (Capital Market Line), que simplificaron ampliamente y resolvieron algunas cuestiones prácticas de la teoría de Markowitz.

Para ello, se realiza un ejercicio de aplicación práctica que consiste en crear diferentes Portafolios de Separación en el Mercado Accionario Mexicano, teniendo como benchmark Portafolios de Separación creados en el Mercado Accionario de Estados Unidos, con el objetivo de llevar las teorías analizadas a la vida diaria.

Introducción

Los Portafolios de Separación son una herramienta de inversión de fácil implementación ya que no requieren de gran complejidad técnica gracias a las aportaciones hechas por Tobin y Sharpe al Modelo de Markowitz.

En este trabajo nos ocuparemos de desarrollar los aspectos necesarios para trabajar con Portafolios de Separación en la operativa de la vida diaria.

De esta forma, en la Sección 1, desarrollaremos las bases teóricas de la Teoría de Portafolios Eficientes de Markowitz, pasando por la inclusión del activo libre de riesgo, la formación del portafolio de mercado, la conformación de los Portafolios de Separación, hasta finalmente llegar a la creación de la Línea del Mercado de Capitales.

Una vez desarrollada la teoría de los Portafolios de Separación, en la Sección 2 se establecen los ajustes necesarios para que los modelos descritos en la Sección 1, funcionen de manera adecuada en el mundo real.

Finalmente, en la Sección 3 se construirán los Portafolios de Separación, de acuerdo a lo establecido en las secciones anteriores; teniendo así, un grupo de portafolios en el Mercado Accionario Mexicano, y otro grupo en el Mercado Accionario de Estados Unidos, con la finalidad de que éstos últimos funcionen como referencia para los creados en el mercado Mexicano y poder analizar así los portafolios construidos.

Sección 1

En esta sección desarrollaremos las bases teóricas de los Portafolios de Separación, desde el Modelo de los Portafolios Eficientes de Markowitz, hasta la creación de la Línea del Mercado de Capitales, para que posteriormente implementemos su análisis.

El Modelo de Markowitz

Los trabajos publicados por Harry Markowitz en 1952¹ y posteriormente en 1959² modificaron por completo la teoría y la práctica de la administración de portafolios. Sus aportaciones tuvieron gran éxito ya que simplificaron notablemente el problema de selección de inversiones. Éste se tradujo a un problema de decisión acerca de la combinación de dos variables: rentabilidad y riesgo de los activos que conforman el portafolio y la observación de la forma de covariar entre ellos.

Sin embargo, su utilización en la práctica por instituciones financieras no ha sido tan extensa como podría suponerse de su éxito teórico. Esto se debió principalmente a su complejidad matemática ya que en ese tiempo, no se contaba con las herramientas necesarias para su implementación efectiva.

Para poder desarrollar la teoría de portafolios de Markowitz, es conveniente establecer los supuestos sobre los que se edifica la teoría y además, definir un formato operativo de los portafolios que nos permita utilizarlos de una manera más práctica.

- La construcción del portafolio se lleva a cabo por los inversionistas para un horizonte de tiempo T común para todos ellos.
- Existen en el mercado de capitales N activos financieros con los cuales formar un portafolio.
- Para cada uno de estos activos se puede obtener el rendimiento esperado, el riesgo y las covarianzas entre ellos.
- Los activos son perfectamente divisibles, es decir, están disponibles en el mercado fracciones de ellos.
- No se consideran costos de transacción, (de información, financieros, impuestos ni comisiones).
- Los inversores actúan de forma racional.
- El mercado de capitales se considera un mercado eficiente, es decir, no hay asimetrías de información.

Ahora podemos definir al portafolio P como un vector de proporciones tal que:

$$P = \langle x_1; x_2; x_3; \dots; x_N \rangle$$

¹ “Portfolio Selection”. Journal of Finance, volume 7, number 1, pp. 77-91.

² “Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments”. Wiley. New York.

En donde,

$$x_i = \frac{w_i}{w}, \quad i = 1; 2; 3; \dots; N$$

Con

$$\sum_{i=1}^N x_i = 1$$

x_i : Es la proporción de riqueza inicial asignada al activo i .

w_i : Es la riqueza inicial asignada al activo i .

w : Es la riqueza inicial total.

Esto es, un portafolio funciona como una lista ordenada en donde cada elemento representa la proporción de recursos asignados a cada activo (desde el activo 1 hasta el activo N) y en caso de no haber asignado recursos al activo i , éste será representado por $x_i = 0$.

Ya que tenemos definida esta noción de portafolios, Markowitz propone situarlos en un plano vectorial de dos dimensiones (como se muestra en la figura 1); en el eje de las abcisas (el eje horizontal) se mide el riesgo del portafolio que denotaremos por σ_p y en el eje de las ordenadas (el eje vertical) se mide el rendimiento esperado del portafolio que denotaremos por $E[R_p]$. De esta forma, cada portafolio tiene un lugar asignado en el plano de acuerdo al nivel de riesgo y a su rendimiento esperado, permitiéndole al inversionista, además de construir portafolios, seleccionar los que considere los mejores de ellos.

Para que la construcción de este plano sea posible, es necesario suponer que las preferencias de cada inversor quedan definidas por $E[R_p]$ y por σ_p y de esta forma tomará decisiones basándose³ del comportamiento futuro de los activos financieros.

³ Las estimaciones son por medio de rendimientos esperados, desviaciones estándar y correlaciones entre los rendimientos.

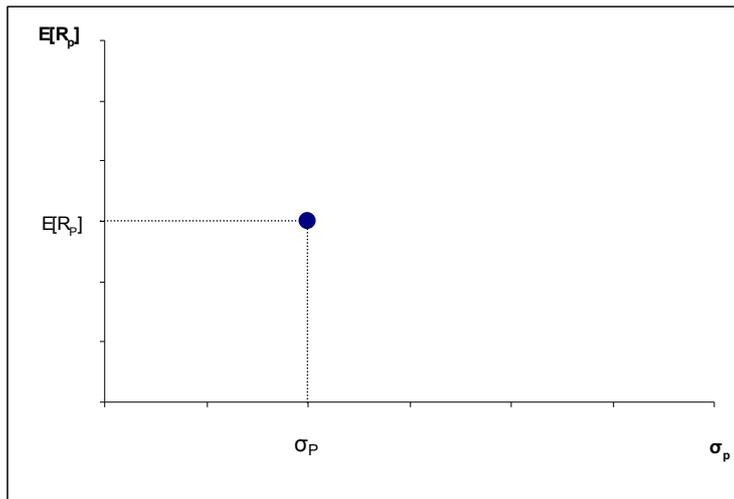


Figura 1: Plano vectorial de los portafolios

Como se ve en la figura 1, el portafolio P tiene asignado un vector en el plano formado por el riesgo y la rentabilidad esperada igual a $\langle \sigma_p; E[R_p] \rangle$.

Pero, ¿cómo obtenemos σ_p y $E[R_p]$? Dado un portafolio P, definido como un vector de proporciones, y dado un vector de rentabilidades esperadas de cada uno de los activos individuales, tal que:

$$\langle E[R_1]; E[R_2]; \dots; E[R_N] \rangle$$

En donde,

$E[R_i]$: Es la rentabilidad esperada del activo i .

Tenemos que la rentabilidad esperada del portafolio y su desviación estándar están dadas por:

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^N x_i E[R_i]$$

$$\sigma_p = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{i,j} \right)^{1/2}$$

En donde,

$\sigma_{i,j}$: Es la covarianza del activo i con respecto al activo j . Que puede ser obtenida de la siguiente forma:

$$\sigma_{i,j} = \rho_{i,j} \sigma_i \sigma_j$$

Y,

$\rho_{i,j}$: Es el coeficiente de correlación entre la rentabilidad del activo i y la rentabilidad del activo j .

σ_i : Es la desviación estándar del activo i (y σ_i^2 es la varianza del activo i).

De aquí vemos que se necesitan estimar el rendimiento esperado y la desviación estándar de cada activo, además de las correlaciones entre cada par de activos del portafolio.

Una consecuencia práctica de la rentabilidad esperada del portafolio es que cada activo contribuye a ella con su propia rentabilidad pero en la medida de su proporción en el portafolio. Esto nos indica que si obtenemos las proporciones adecuadas de cada activo, podremos determinar portafolios con una mejor rentabilidad. Es decir, estaríamos administrando un portafolio.

A partir de este análisis, Markowitz construye su teoría de decisión que consiste en dos reglas de elección y un criterio de eficiencia:

Regla de elección 1:

Si los portafolios P_1 y P_2 cumplen con:

- $\sigma_{P_1} = \sigma_{P_2}$
- $E[R_{P_1}] > E[R_{P_2}]$

Entonces elegir P_1 .

Regla de elección 2:

Si los portafolios P_1 y P_2 cumplen con:

- $E[R_{P_1}] = E[R_{P_2}]$
- $\sigma_{P_1} < \sigma_{P_2}$

Entonces elegir P_1 .

Por lo que el criterio de eficiencia de Markowitz establece que aquellos portafolios que cumplan simultáneamente ambas reglas de elección se consideran portafolios eficientes.

El conjunto de portafolios eficientes se sitúa a lo largo de la frontera eficiente. Pero, ¿cómo se determina la frontera eficiente? Ejecutando el programa de optimización de Markowitz que se establece a continuación:

$$\underset{\langle x_1, x_2, x_3, \dots, x_N \rangle}{Max} \{E[R_p] = \sum_{i=1}^N x_i E[R_i]\}$$

sujeto a

$$\sigma_P = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{i,j} \right)^{1/2} = c$$

$$\text{con } \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Donde,

c : Es una constante.

O equivalentemente,

$$\text{Min}_{\langle x_1; x_2; x_3; \dots; x_N \rangle} \sigma_P = \left(\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N x_i x_j \sigma_{i,j} \right)^{1/2}$$

sujeto a

$$E[R_p] = \sum_{i=1}^N x_i E[R_i] = c$$

$$\text{con } \sum_{i=1}^N x_i = 1$$

Una vez obtenida la frontera eficiente, cada inversionista determina cuál es el portafolio óptimo (dentro de la frontera eficiente), dependiendo de las preferencias de inversión (nivel de riesgo y rentabilidad) de cada uno.

Como ya se mencionó, el modelo de Markowitz es de suma importancia para la teoría de administración de portafolios, sin embargo tiene ciertas limitaciones cuando pretendemos llevarlo al mundo real:

- Excesivo número de inputs.
- Expectativas heterogéneas.
- No incorpora al activo libre de riesgo.

Tobin, entre otros autores, se ocupa de estas limitaciones que son las más importantes desde el punto de vista operativo.

Expectativas homogéneas

Una de las principales limitaciones del modelo de Markowitz son las expectativas heterogéneas. Debido a que el modelo depende demasiado de

cada agente económico, se podría esperar que cada inversor tuviera su propia frontera eficiente. Es decir, los inputs que necesita el modelo, como rendimiento esperado, nivel de riesgo y covarianzas de cada par de activos, dependen de la información que cada inversor tenga y de los modelos estadísticos que cada uno de ellos use para las estimaciones de los inputs.

Para resolver este problema, Tobin incorpora al modelo el supuesto de expectativas homogéneas; en donde los agentes económicos exhiben esto en la producción de los inputs, lo que nos lleva a tener una sola frontera eficiente.

Se puede pensar que este supuesto que incorpora Tobin hace al modelo más operativo y al mismo tiempo parecería que al simplificarlo lo aleja de la realidad. Sin embargo, si tenemos en cuenta que los mercados son lugares de consenso o de agrupamiento en las expectativas y que además en los mercados son los intermediarios más influyentes los que forman las expectativas; el supuesto de expectativas homogéneas se vuelve una buena aproximación de la realidad.

Activo libre de riesgo

Otra de las limitaciones del modelo de Markowitz es la ausencia del activo libre de riesgo. Definimos a un activo financiero libre de riesgo como aquel activo F en el que su rendimiento esperado es igual al rendimiento realizado, es decir:

$$R_F = E(R_F)$$

Por lo tanto tenemos que se cumple que el riesgo es nulo:

$$\sigma[R_F] = [R_F - E(R_F)] = 0$$

y que el vector en el plano asignado al activo libre de riesgo queda definido como:

$$\langle \sigma_p; E[R_p] \rangle = \langle 0; R_F \rangle$$

Tobin integra el activo libre de riesgo en el modelo estudiado anteriormente por Markowitz, cuando identifica la necesidad que tiene el inversionista por mitigar la incertidumbre en sus rendimientos futuros, para lo cual acude a una opción de inversión segura.

Dado esto, podemos incluir al activo libre de riesgo a un portafolio como cualquier otro activo financiero; en especial queremos incluirlo en unos portafolios muy particulares que se definen a continuación.

Portafolios de separación

Los portafolios de separación son portafolios que están constituidos únicamente por dos activos financieros: un activo libre de riesgo y un portafolio

cualquiera P_1 elegido de la frontera eficiente de Markowitz. Su estructura viene dada por:

$$S = \langle x_F; x_{P_1} \rangle$$

Tal que

$$x_F + x_{P_1} = 1$$

Estos portafolios de separación van a estar situados en el segmento de recta con un extremo en R_F y el otro en P_1 y además, éstos son más eficientes que los portafolios situados en la antigua frontera de Markowitz, ya que tienen mayor rendimiento al mismo nivel de riesgo.

Pero igualmente, existe otro portafolio P_2 sobre la antigua frontera, situado más arriba de P_1 , que podemos incluir en el portafolio S en lugar de P_1 y tendríamos un segmento de recta (de R_F hasta P_2) con mas eficiencia que el anterior. Si repetimos el mismo procedimiento vamos a llegar a un portafolio sobre la antigua frontera eficiente que combinado con el activo libre de riesgo nos da el segmento de recta más eficiente de todas las anteriores (el segmento de recta que nace R_F y está contenido en la recta tangente a la antigua frontera), es decir, hemos creado una nueva frontera eficiente. A este portafolio se le conoce como portafolio de tangencia (PT).

Como consecuencia directa de la incorporación del activo libre de riesgo, hemos visto que se ha creado una nueva frontera de eficiencia, cuya forma se debe a que el activo libre de riesgo está incorrelacionado con cualquier otro activo, por lo que cuando se combina con cualquier otro activo o portafolio de activos con riesgo, un cambio en el rendimiento o en el riesgo va a ser siempre lineal. La frontera eficiente ya no es más una curva, sino una recta cuya ecuación lineal es:

$$E(R_S) = R_F + \frac{\langle E(R_{PT}) - R_F \rangle}{\sigma_{PT}} \cdot \sigma_S$$

Todos los portafolios que se sitúan sobre esta recta son portafolios de separación.

Después de establecer la nueva frontera de eficiencia, Tobin revisó y amplió la teoría de decisión de Markowitz y formuló su Teorema de Separación⁴ en el que incorpora sus aportaciones y nos dice que todos los agentes económicos realizan una decisión colectiva con expectativas homogéneas y determinan el portafolio de tangencia PT y además cada agente económico, de forma individual, decide cuánta riqueza asignar al activo libre de riesgo y como consecuencia automática, cuánta asignar al portafolio riesgoso PT .

⁴ Tobin 1958. Liquidity preference as behavior towards risk, Review of Economic Studies, volume 25, pp. 65-85.

El Teorema de Separación de Tobin tiene grandes aportaciones ya que simplificó la teoría de selección de inversiones a una sola decisión: ¿Cuánto invertir en el activo libre de riesgo? Sin embargo, la tarea de determinar el *PT* no fue fácil ya que requería de muchos cálculos muy complejos y un gran número de inputs. Para resolver esto, Sharpe⁵ introduce el portafolio de mercado que se describe a continuación.

Supongamos que tenemos listados todos los activos financieros riesgosos existentes en el mercado al tiempo t y se representan como el siguiente conjunto:

$$\{A_i | i = 1, 2, 3, \dots, N\}$$

Además, podemos definir el portafolio de mercado como:

$$M = \langle x_1; x_2; x_3; \dots; x_N \rangle$$

En donde

$$x_i = \frac{\text{Valuación monetaria en el mercado del stock del activo } i \text{ al tiempo } t}{\text{Valuación monetaria en el mercado de todos los activos al tiempo } t}$$

Teóricamente no hay restricciones para que un agente económico replique el portafolio de mercado cuyo único límite estaría dado por su riqueza inicial; sin embargo, operativamente hay complicaciones que serán mencionadas más adelante.

Después de esto, Sharpe introduce dos supuestos adicionales:

- Cada inversor puede colocar fondos o tomar fondos a la tasa libre de riesgo sin restricciones.
- El mercado de capitales está en equilibrio.

Con estos supuestos se sigue que la combinación óptima de activos financieros con riesgo es el portafolio de mercado M ; es decir, el portafolio de tangencia PT es igual al portafolio de mercado M .

Finalmente, se redefine la frontera de eficiencia como la recta que pasa por los puntos del activo libre de riesgo y el portafolio de mercado y son calculados fuera del modelo de Markowitz, a esta nueva frontera se le conoce como *Capital Market Line* (CML, figura 2) y su ecuación lineal es la siguiente:

$$E(R_S) = R_F + \frac{\langle E(R_M) - R_F \rangle}{\sigma_M} \cdot \sigma_S$$

⁵ Sharpe 1964.

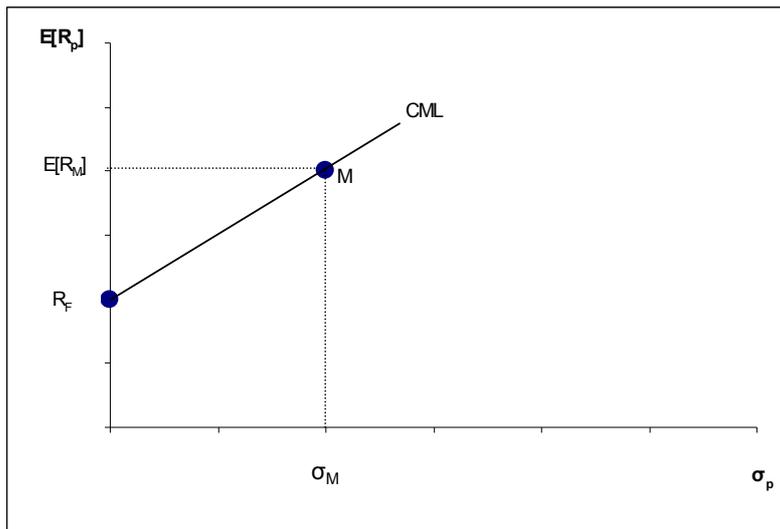


Figura 2: Capital Market Line

De esta forma queda definida la CML en donde se sitúan los mejores portafolios que son los portafolios de separación, de acuerdo a los cuales, los agentes económicos elegirán la asignación de su riqueza inicial al activo libre de riesgo y como consecuencia, la asignación de riqueza al portafolio de mercado. La limitación del excesivo número de inputs para el modelo de Markowitz y la antigua frontera eficiente queda resuelta con la CML.

A pesar de las enormes aportaciones que hasta ahora hemos visto, existen algunas cuestiones prácticas, que si bien no son de gran magnitud, se requiere de ciertos ajustes en los modelos cuando son llevados al mundo real; dando como resultado que éstos sean utilizados como un benchmark para la operativa diaria. En la siguiente sección describiremos los ajustes y limitaciones.

Sección 2

En la sección anterior hemos visto la evolución de la teoría de administración de portafolios desde Harry Markowitz hasta las aportaciones de Tobin y Sharpe con la CML. Vimos que el modelo propuesto por Markowitz contaba con ciertas limitaciones que en la práctica no produjeron el mismo éxito que en la teoría. En esta sección vamos a ver los ajustes necesarios para que estos modelos funcionen en la operativa de la vida diaria.

Primero, debemos de tomar en cuenta que cualquier modelo se edifica sobre ciertos supuestos y que cualquier simplificación teórica hecha en los supuestos es para que el modelo clarifique lo que se quiere mostrar. Sin embargo, en la práctica, el modelo no funciona de la misma manera. Por ejemplo, en nuestro caso, la teoría de administración de portafolios supone, entre otras cosas, que no existen costos de transacción; es decir, no existen costos de información, comisiones ni impuestos. Sabemos que en la práctica todos estos costos existen y la inclusión de ellos en el modelo simplemente haría que la frontera de eficiencia obtenida fuera menos eficiente que la obtenida sin ellos.

Normalmente, la inclusión de cualquier restricción adicional en el modelo genera una frontera de portafolios eficientes que es dominada por la que resulta cuando no se tienen en cuenta las restricciones mencionadas. Es decir, dichos portafolios no son tan eficientes como debieran⁶.

Otro supuesto importante es que se puede obtener el rendimiento, el riesgo y la covarianza de cada activo en el mercado. El problema de suponer esto es que los estimadores que se utilizan para dichas predicciones traen consigo errores de estimación; es decir, toda la información que se tiene para hacer estas estimaciones es información histórica, pero no hay ninguna garantía de que el mercado se vaya a comportar de la misma manera. Con la utilización de estos estimadores también se producen portafolios óptimos, en general, alejados de los que se hubieran obtenido si se hubieran conocido con algún grado mayor de precisión las rentabilidades, el riesgo y las covarianzas que se han producido realmente.

El problema de la estimación de las rentabilidades esperadas, el nivel de riesgo y las covarianzas no tiene una solución sencilla. A pesar de esto, Michaud (1989) argumenta que, correctamente utilizado, el modelo de Markowitz produce mejores resultados que otras técnicas ad hoc como las que se utilizan en las instituciones financieras.

Otras de las hipótesis del modelo de Markowitz son la racionalidad del inversor y la eficiencia de los mercados. Existen diversos estudios empíricos⁷ en los que se ha probado que los inversores, en determinadas situaciones no se comportan de manera racional y diversos retos empíricos⁸ en los que se demuestra que los mercados no se comportan en su totalidad como un

⁶ Haugen 1993 y Fisher y Statman 1997.

⁷ Entre ellos, Daniel Kahneman, Amos Tversky 1979. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk.

⁸ Shiller 1981. De Bondt y Thaler 1985, entre otros.

mercado eficiente tal como lo describe Fama en 1970. Estudios más recientes en Behavioral Finance sostienen que las desviaciones de los mercados con respecto a las principales afirmaciones del enfoque de la eficiencia de los mercados son sistemáticas y significativas, y además, pueden perdurar a lo largo del tiempo⁹.

Por estas razones, la frontera eficiente de la teoría de administración de portafolios, en la práctica, solo es tomada como un benchmark, es decir, debemos de acercarnos a ella lo más posible; mientras más se acerquen los portafolios a la frontera, más eficientes son.

Después de revisar los supuestos del modelo, vamos a ver los inputs del modelo, ¿cómo funcionan en la práctica? Empezamos por el activo libre de riesgo.

Activo libre de riesgo

El activo libre de riesgo, como lo definimos previamente, es un activo financiero cuyo riesgo se considera nulo, en el sentido de que la rentabilidad esperada es igual a la rentabilidad realizada. En la vida diaria, existen activos financieros que se considera que cumplen con esta definición; por ejemplo un plazo fijo en un banco de primera línea o un Treasury bill de Estados Unidos, si se mantiene hasta el vencimiento por ser un cupón cero se asegura que la rentabilidad esperada sea igual a la rentabilidad realizada. En los dos casos suponemos que el inversor adquirió los papeles desde el principio, es decir desde la fecha de emisión y los mantiene hasta el vencimiento.

Portafolio de mercado

Como se mencionó en la sección anterior, teóricamente no habría problemas para replicar el portafolio de mercado; sin embargo, en la práctica esto se vuelve complicado debido a los elevados costos de transacción y a que un agente económico no puede vender y comprar sin restricciones, es decir, debe tomar en cuenta la demanda y la oferta del activo deseado a un tiempo dado.

Es por eso que actualmente existen algunas alternativas para el portafolio de mercado que mencionaremos a continuación:

1. Índice de mercado

El índice de mercado es una canasta de activos financieros que se define sobre un portafolio. Es decir, es un grupo de acciones representativas que se escogen dentro del portafolio posible de acciones cuyo propósito es contar con una medida simple que represente la evolución de los mercados. El precursor fue el índice Dow creado en 1896 por Charles Dow. Es un índice no ponderado que refleja la

⁹ Apreda, R. (2005). Mercado de Capitales, Administración de Portafolios y Corporate Governance. pp. 209.

variación diaria de precios de las 30 principales acciones americanas. Otro ejemplo en Estados Unidos es el Standard and Poor's (500) que es ampliamente utilizado y está constituido por un conjunto de acciones emitidas por 500 empresas de diferentes sectores de la economía. Regularmente cada país cuenta con uno o más índices que midan la rentabilidad de diferentes sectores.

Aunque replicar un índice es menos complicado que replicar el portafolio de mercado, los costos de transacción de ésta operación siguen siendo altos y nos encontramos con el mismo problema de disponibilidad de los activos que anteriormente teníamos; pero en la actualidad contamos con diversas innovaciones en ingeniería financiera que nos ayudan a solucionar el problema, a continuación mencionaremos dos alternativas más.

2. Futuros sobre índices

Los futuros sobre índices se empezaron a negociar en Estados Unidos en 1982 y cada vez son más utilizados para diversos fines; lo que nos interesa ahora es ¿cómo utilizarlos para replicar el portafolio de mercado? Ya vimos que con el índice de mercado nos acercamos lo suficiente al objetivo, sin embargo, continúan los mismos problemas que teníamos para replicar el portafolio de mercado, aunque en menor grado.

Los futuros sobre índices fueron una gran innovación ya que nos permiten replicar los rendimientos de los índices sin tener que comprar cada acción individual. Es decir, comprando (posición larga) hoy un futuro sobre cierto índice y vendiendo (posición corta) el futuro al tiempo t (con $t > 0$), nos aseguramos de replicar el rendimiento de dicho índice durante ese periodo de tiempo. Además, eliminan los inconvenientes de los índices para replicar el portafolio de mercado ya que el costo de transacción de los futuros es realmente bajo y la liquidez del mercado de futuros es realmente alta, permitiendo que se opere cualquier posición en cualquier momento de acuerdo con las características de los contratos de futuro que en cada mercado se establezcan.

3. Exchange Trade Funds (ETF's)

Los ETF's (también conocidos con el nombre de Trackers) son fondos que se componen de acciones en una canasta única y que representa de forma indexada un área o un sector de un país; es decir, tratan de igualar el comportamiento de un índice. Además, pueden ser comprados y vendidos durante la sesión de la bolsa como una acción individual dando al inversor mayor control en la liquidación. Son otra alternativa con la que contamos para replicar el portafolio de mercado ya que sus costos de transacción son relativamente bajos.

Cabe mencionar que en la época en que Sahrpe diseñó el portafolio de mercado no se contaban con las soluciones con las que ahora contamos;

gracias a las constantes innovaciones hechas en el área de ingeniería financiera, tenemos cada vez más alternativas que se ajustan a las necesidades de cada agente económico.

Habiendo establecido al activo libre de riesgo y al portafolio de mercado en la operativa diaria, nos queda tomar en cuenta un último factor. Para definir al portafolio de tangencia como el portafolio de mercado y en última instancia, para definir la CML, Sharpe supone que un inversor puede prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo. Sabemos que en el mundo real esto solo funciona así para los grandes inversionistas influyentes en el mercado; posiblemente la otra parte de los inversores del mercado puedan prestar a la tasa libre de riesgo pero tengan que pedir prestado a una tasa mayor. Si se diera este caso, la frontera eficiente (CML) quedaría definida (como se muestra en la figura 3) por estas dos tasas: una tasa pasiva (R_F) y una tasa activa (R_F').

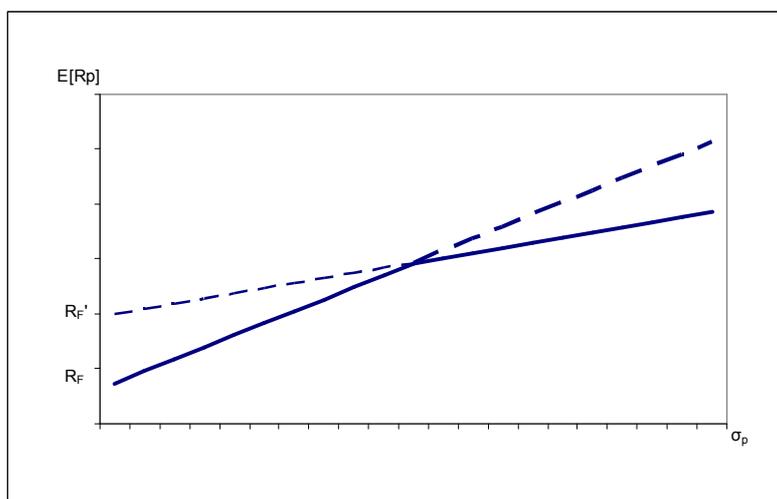


Figura 3: Tasa activa y pasiva.

Habiendo definido en la sección 1 la frontera eficiente desde su inicio con la teoría de administración de portafolios de Markowitz, hasta el desarrollo del Teorema de Separación de Tobin y la creación de la CML, hemos visto que los aportes de este modelo no son menores y sin embargo se requiere de ciertos ajustes para que funcionen en la operativa de la vida diaria. Es decir, las simplificaciones hechas en los supuestos del modelo nos llevan necesariamente a hacer ajustes cuando los utilizamos en el mundo real y como ya vimos, la CML es utilizada como un benchmark para saber en dónde se sitúan los mejores portafolios sabiendo que no es posible llegar a ella.

En la siguiente sección se desarrollará un ejercicio de aplicación práctica que soporta la teoría desarrollada en las dos primeras secciones.

Sección 3

En las secciones anteriores se desarrollaron los elementos necesarios para que en esta sección nos sea posible realizar un ejercicio de aplicación práctica, que consiste en crear diferentes Portafolios de Separación en el Mercado Accionario Mexicano, teniendo como benchmark Portafolios de Separación creados en el Mercado Accionario de Estados Unidos con el objetivo de llevar las teorías analizadas a la vida diaria y analizar así los portafolios creados.

Los Portafolios de Separación descritos en esta sección fueron construidos con base en circunstancias reales y en los factores de mercado prevalentes durante el periodo de estudio y por simplicidad de exposición no se incluyen factores como comisiones, impuestos ni spreads¹⁰.

Para los Portafolios de Separación elaborados en el Mercado Accionario Mexicano se tomaron en cuenta dos factores: un activo libre de riesgo y un portafolio de mercado. Para el activo libre de riesgo se tomó la tasa semanal resultado de la subasta de Certificados de la Tesorería (CETES) con vencimiento a 28 días durante el periodo de estudio, el cual consistió en tomar en cuenta 5 años de historia, en donde el día de valuación de este trabajo fue considerado el 31 de julio de 2008.

Para el portafolio de mercado se utilizó la muestra de acciones que conforman el Índice de Precios y Cotizaciones (en adelante, IPC) de la Bolsa Mexicana de Valores (BMV o la Bolsa); el cual es considerado el principal indicador de este mercado y expresa el rendimiento accionario en función de las variaciones de precios de una muestra balanceada, ponderada y representativa del conjunto de acciones cotizadas en la Bolsa, que actualmente esta conformada por 35 series accionarias. En nuestro caso, tomamos en cuenta las series históricas del precio de cierre de forma mensual durante el periodo de estudio.

A partir de las series históricas del activo libre de riesgo y del portafolio de mercado, se obtuvieron la volatilidad histórica¹¹ y el rendimiento esperado ajustado a un horizonte de tiempo mensual.

Para el cálculo de la volatilidad histórica se utilizaron los rendimientos periódicos con base en la siguiente expresión:

$$R_t = \ln\left(\frac{S_t}{S_{t-1}}\right)$$

Donde,

R_t : Es el rendimiento del activo financiero de $t-1$ a t .

S_t : Es el precio de cierre del activo financiero en la fecha t .

¹⁰ El spread en este caso lo definimos como la diferencia que hay entre el precio de compra y el precio de venta de un activo financiero.

¹¹ La volatilidad calculada según series históricas de precios se le denomina volatilidad histórica.

S_{t-1} : Es el precio de cierre del activo financiero en la fecha $t-1$.

La utilización de logaritmos convierte la variación de los precios (S_t/S_{t-1}) en una tasa de rentabilidad continua y a partir de esa expresión, obtuvimos la media y la varianza de los rendimientos de acuerdo a lo siguiente:

$$\bar{R} = \sum_{t=1}^n \frac{R_t}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{t=1}^n (R_t - \bar{R})^2$$

Donde,

\bar{R} : Es la media de los rendimientos históricos.

σ^2 : Es la varianza de los rendimientos históricos.

n : Es el número de datos utilizados en los cálculos.

En el caso del cálculo del rendimiento esperado del activo libre de riesgo y del portafolio de mercado, simplemente se tomó el promedio aritmético de los datos históricos durante el periodo de estudio (es decir, \bar{R}). La simplicidad del cálculo se debe a que se consideró que a los efectos de este trabajo no es necesaria una estimación más precisa, que por su grado de complejidad hubiera requerido mayor atención, desviándonos del objetivo primario. Sin embargo cabe señalar que existen modelos matemáticos (como la simulación Monte Carlo, entre otros) que basados en técnicas estadísticas y en algunos supuestos, dan una estimación más adecuada del rendimiento esperado de un activo ya que incorporan más factores que el rendimiento promedio.

Así también, para los Portafolios de Separación creados en el Mercado Accionario de Estados Unidos se utilizó como activo libre de riesgo un bono emitido por la Tesorería del Gobierno conocido como Treasury Bill (en adelante, T-Bill) con vencimiento a 1 mes, y para el portafolio de mercado se usó la muestra de acciones que conforman al índice Standard & Poor's 500 (en adelante, S&P 500), el cual incluye acciones de 500 empresas de diferentes sectores y es considerado el índice más representativo de este mercado.

De esta forma, obtuvimos los resultados que se presentan en la Tabla 1 y éstos fueron los inputs utilizados en la conformación de los Portafolios de Separación del presente estudio. El horizonte de tiempo utilizado es de forma mensual por lo que los datos se encuentran ajustados a ello.

Activo	Rendimiento Esperado	Volatilidad
IPC	2.32%	4.57%
CETES	0.59%	0.00%
S&P 500	0.60%	2.84%
T-Bill	0.24%	0.00%

Tabla 1: Inputs¹².

Una vez obtenidos el rendimiento esperado y la volatilidad para el activo libre de riesgo y el portafolio de mercado, se construyeron los diferentes Portafolios de Separación en donde a cada uno se le asignaron diferentes proporciones de la riqueza inicial repartidas entre el activo libre de riesgo y el portafolio de mercado. Finalmente, se calcularon el rendimiento esperado y la volatilidad de cada portafolio de acuerdo a las expresiones establecidas en la sección 1, reduciéndose a lo siguiente:

$$E(R_S) = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \cdot \sigma_S$$

$$\sigma_S = x_M \cdot \sigma_M$$

En donde,

x_M : Es la proporción de riqueza inicial asignada al portafolio de mercado.

En la Tabla 2 y en la Tabla 3 se presentan los Portafolios de Separación creados en el Mercado Accionario Mexicano y en el Mercado Accionario de Estados Unidos respectivamente.

Ref	x_F	x_M	σ_S	$E[R_S]$
1	1	0	0.00%	0.59%
2	0.9	0.1	0.46%	0.76%
3	0.8	0.2	0.91%	0.94%
4	0.7	0.3	1.37%	1.11%
5	0.6	0.4	1.83%	1.28%
6	0.5	0.5	2.28%	1.46%
7	0.4	0.6	2.74%	1.63%
8	0.3	0.7	3.20%	1.80%
9	0.2	0.8	3.66%	1.97%
10	0.1	0.9	4.11%	2.15%
11	0	1	4.57%	2.32%

Tabla 2: Portafolios de Separación en el Mercado Accionario Mexicano.

¹² Las gráficas de rendimiento y volatilidad de cada índice de mercado se presentan en el Anexo 1.

Ref	x_F	x_M	σ_s	$E[R_s]$
1	1	0	0.00%	0.24%
2	0.9	0.1	0.28%	0.27%
3	0.8	0.2	0.57%	0.31%
4	0.7	0.3	0.85%	0.34%
5	0.6	0.4	1.14%	0.38%
6	0.5	0.5	1.42%	0.42%
7	0.4	0.6	1.71%	0.45%
8	0.3	0.7	1.99%	0.49%
9	0.2	0.8	2.27%	0.52%
10	0.1	0.9	2.56%	0.56%
11	0	1	2.84%	0.60%

Tabla 3: Portafolios de Separación en el Mercado Accionario de Estados Unidos.

Se puede ver que claramente existe un mayor rendimiento esperado en el Mercado Accionario Mexicano que en el Mercado Accionario de Estados Unidos, esto debido a que el rendimiento esperado compensa el riesgo que conlleva el invertir en un país en vías de desarrollo como México, comparado con invertir en un país como Estados Unidos que es una referencia mundial de estabilidad¹³.

Cada uno de los Portafolios de Separación creados se sitúa a lo largo de la CML de cada mercado, es decir, en la CML del Mercado Accionario Mexicano existen solamente Portafolios de Separación; de la misma forma, tenemos una CML en el Mercado Accionario de Estados Unidos, a lo largo de la cual, se sitúan nuestros Portafolios de Separación, como se puede ver en la Figura 4.

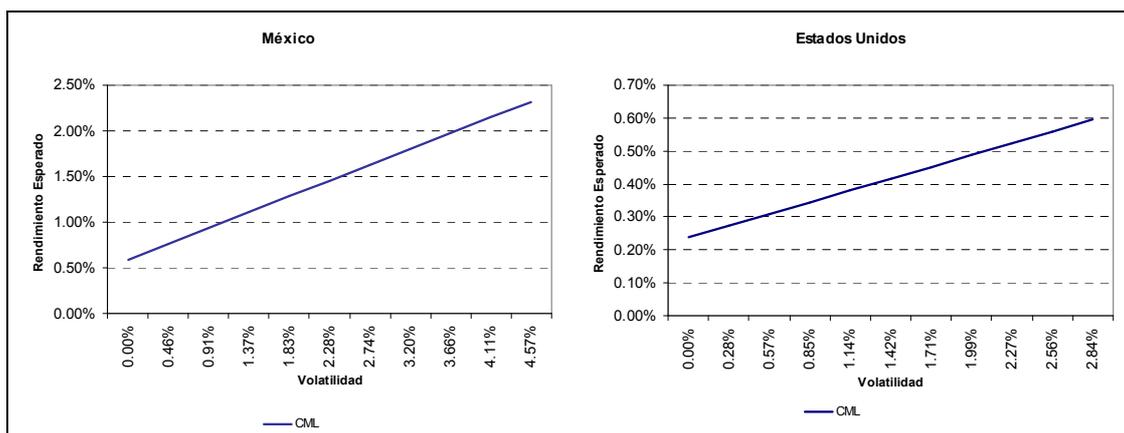


Figura 4: Capital Market Line

Hasta ahora, nuestros Portafolios de Separación no han considerado la posibilidad de incluir ventas en corto; es decir, la posibilidad de pedir dinero

¹³ Cabe señalar que la fecha de valuación del presente trabajo fue el 31 de julio de 2008 y la economía mundial se comportaba como venía haciéndolo durante muchos años, por lo que el comportamiento posterior a esa fecha no es objeto de nuestro estudio.

prestado para invertir. En la vida diaria los grandes inversionistas que influyen en el mercado, pueden prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo; sin embargo, como se vio en la Sección 3, para un inversionista común esto no es posible, por lo general se presta dinero a la tasa libre de riesgo y se pide prestado a una tasa mayor.

En el caso del Mercado Accionario Mexicano, un inversionista común puede pedir prestado a una tasa del 0.72%¹⁴ mensual, durante el periodo de estudio, y si consideramos que puede prestar su dinero a la tasa libre de riesgo que es de 0.59%¹⁵ mensual durante el mismo periodo, tenemos que tomar en cuenta una diferencia de tasas del 0.13% en nuestro análisis. En la Tabla 4 se muestran los Portafolios de Separación construidos tomando en cuenta que se puede prestar dinero a una tasa pasiva R_F y pedir prestado a la tasa activa R_F' .

Ref	x_F / x_F'	x_M	σ_s	$E[R_s]$
1	1	0	0.00%	0.72%
2	0.8	0.2	0.91%	1.04%
3	0.6	0.4	1.83%	1.36%
4	0.4	0.6	2.74%	1.68%
5	0.2	0.8	3.66%	2.00%
6	0	1	4.57%	2.32%
7	-0.2	1.2	5.48%	2.66%
8	-0.4	1.4	6.40%	3.01%
9	-0.6	1.6	7.31%	3.35%
10	-0.8	1.8	8.23%	3.70%
11	-1	2	9.14%	4.04%

Tabla 4: Portafolios de Separación con ventas en corto en el Mercado Accionario Mexicano.

Las proporciones de riqueza inicial positivas en nuestros portafolios nos indican que estamos prestando dinero y las proporciones negativas nos indican que estamos pidiendo dinero prestado y en este ejemplo, se toma en cuenta la diferencia de tasas. Se puede ver que en el caso en el que se pide dinero prestado, se alcanzan niveles de rendimiento esperado, y por consiguiente, de riesgo, que de otra forma no se hubieran alcanzado. En la Figura 5 vemos el desempeño de la CML para esta situación.

¹⁴ Fuente: Bloomberg.

¹⁵ Fuente: Banco de México.

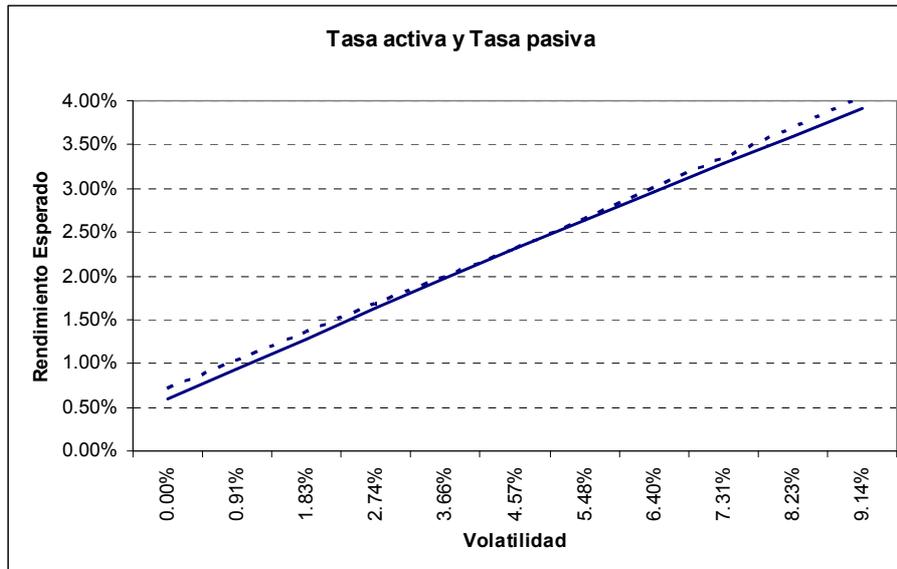


Figura 5: CML con ventas en corto en el Mercado Accionario Mexicano.

En este caso, la diferencia de tasa activa y pasiva no tiene gran impacto visual como en el ejemplo de la Figura 3; sin embargo un 0.13% no es una diferencia que podemos dejar de tomar en cuenta, en especial si se está hablando de millones de pesos. Existen casos en los que la diferencia de tasas es mínima y es posible considerarla despreciable.

Para el mercado accionario de Estados Unidos, la tasa activa es de 0.28%¹⁶ mientras que la tasa pasiva es de 0.24%¹⁷, nos da una diferencia que puede considerarse poco significativa.

Volviendo a los portafolios iniciales, necesitamos una medida que nos permita comparar el desempeño de un portafolio con otro, de tal forma que podamos tomar la mejor decisión de acuerdo a un nivel de riesgo o equivalentemente, para un nivel de retorno dado. De esta forma, calculamos el coeficiente de variación de cada uno, es decir, usamos una medida de rendimiento esperado ajustado por el nivel de riesgo y de esta forma podemos ver que portafolio ofrece un mayor retorno esperado.

Otra medida comúnmente utilizada es el Índice de Sharpe (o Sharpe Ratio), su popularidad se debe a que es muy sencillo calcularlo, y solamente utiliza tres componentes: el retorno esperado del portafolio, el retorno esperado del activo libre de riesgo y la desviación estándar del portafolio. La idea principal del ratio es ver cuánto retorno adicional se está recibiendo por la volatilidad adicional de tener un activo riesgoso sobre un activo libre de riesgo, por lo tanto, mientras más alto sea el ratio, mayor es el retorno ajustado por riesgo del portafolio. El Índice de Sharpe se define como sigue:

¹⁶ Fuente: Bloomberg.

¹⁷ Idem.

$$S_p = \frac{E(R_p) - R_F}{\sigma_p}$$

Donde,

S_p : Es el Índice de Sharpe.

En las Tablas 5 y 6 están calculadas las medidas de desempeño de los Portafolios de Separación en el Mercado Accionario Mexicano y en el de Estados Unidos respectivamente. Podemos ver que el coeficiente de variación más alto en ambos mercados es aquel en el que tenemos que $S = \langle x_F; x_M \rangle = \langle 0.9; 0.1 \rangle$, lo que podría reflejar que posiblemente el rendimiento esperado del portafolio de mercado no está compensando de forma adecuada el nivel de riesgo.

Ref	x_F	x_M	σ_s	E[R_s]	Coficiente de Variación	Índice de Sharpe
1	1	0	0.00%	0.59%		
2	0.9	0.1	0.46%	0.76%	1.6737	0.3777
3	0.8	0.2	0.91%	0.94%	1.0257	0.3777
4	0.7	0.3	1.37%	1.11%	0.8097	0.3777
5	0.6	0.4	1.83%	1.28%	0.7017	0.3777
6	0.5	0.5	2.28%	1.46%	0.6369	0.3777
7	0.4	0.6	2.74%	1.63%	0.5937	0.3777
8	0.3	0.7	3.20%	1.80%	0.5629	0.3777
9	0.2	0.8	3.66%	1.97%	0.5397	0.3777
10	0.1	0.9	4.11%	2.15%	0.5217	0.3777
11	0	1	4.57%	2.32%	0.5073	0.3777

Tabla 5: Desempeño de los Portafolios de Separación en México.

Ref	x_F	x_M	σ_s	E[R_s]	Coficiente de Variación	Índice de Sharpe
1	1	0	0.00%	0.24%		
2	0.9	0.1	0.28%	0.27%	0.9611	0.1258
3	0.8	0.2	0.57%	0.31%	0.5434	0.1258
4	0.7	0.3	0.85%	0.34%	0.4042	0.1258
5	0.6	0.4	1.14%	0.38%	0.3346	0.1258
6	0.5	0.5	1.42%	0.42%	0.2928	0.1258
7	0.4	0.6	1.71%	0.45%	0.2650	0.1258
8	0.3	0.7	1.99%	0.49%	0.2451	0.1258
9	0.2	0.8	2.27%	0.52%	0.2302	0.1258
10	0.1	0.9	2.56%	0.56%	0.2186	0.1258
11	0	1	2.84%	0.60%	0.2093	0.1258

Tabla 6: Desempeño de los Portafolios de Separación en Estados Unidos.

Se puede ver también que el ratio de Sharpe es mayor en el caso de los portafolios en el mercado mexicano, esto quiere decir que los Portafolios de Separación en México tienen un mejor desempeño que los Portafolios de Separación en el Mercado Accionario de Estados Unidos. En la Figura 6 vemos claramente el desempeño de la CML de México y de Estados Unidos.

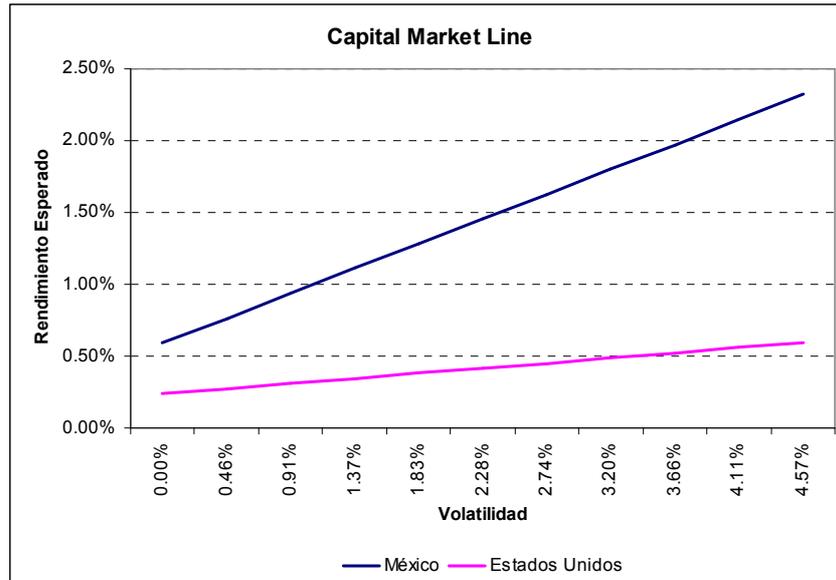


Figura 6: Capital Market Line

Se observa notablemente que la pendiente de la CML en México es más grande que la pendiente de la CML de Estados Unidos y esto se refleja en un mayor Sharpe ratio y por lo tanto en un mejor rendimiento esperado ajustado por riesgo para los Portafolios de Separación en el Mercado Accionario Mexicano.

Finalmente, el Portafolio de Separación que mejor desempeño tiene en nuestro análisis es el Portafolio 2 en el Mercado Accionario Mexicano para un nivel de riesgo dado y un rendimiento esperado dado. Sin embargo en la vida diaria se deben tomar en cuenta muchos factores más para la toma de decisiones que solamente rendimiento y riesgo; y estos diversos factores incluyen necesidades personales como liquidez y horizonte de inversión, por lo que no siempre el mejor portafolio es aquel que mayor rendimiento esperado tiene sino aquel que mejor se complementa nuestras necesidades de inversión.

Conclusiones

Después de haber desarrollado la Teoría de los Portafolios, revisar los puntos que tenemos que tomar en cuenta para su uso en la operatoria diaria y finalmente, haber construido y analizado los Portafolios de Separación en México y en Estados Unidos, llegamos a los siguientes resultados:

El primer resultado a mencionar es que el modelo de la Teoría de Portafolios de Markowitz cambió por completo el problema de selección de inversiones; simplificó la toma de decisiones y le dio gran importancia a la forma que tienen los activos de covariar.

Igualmente, Tobin y Sharpe hicieron grandes aportaciones a la Teoría desarrollada por Markowitz, la inclusión de un activo libre de riesgo y la creación de la CML resolvieron algunos problemas que tenía la teoría original.

A pesar del éxito teórico que obtiene Markowitz, no resulta igual de exitosa en la vida diaria; vimos que existen diferentes cuestiones que tenemos que tomar en cuenta para utilizar la Teoría de Portafolios en la operatoria del mundo real.

Es por esto que la CML solo es posible utilizarla como benchmark, sabiendo que nuestros Portafolios de Separación no van a estar situados sobre ella; sin embargo, tener una línea de referencia que nos diga hacia donde debemos tender es un buen indicador de un portafolio eficiente y de esta forma, los portafolios que más se acerquen a ella serán los más eficientes.

Vimos que obtuvimos resultados que en principio no se esperaban; en primera instancia se podría pensar que los Portafolios de Separación construidos en el Mercado Accionario de Estados Unidos ofrecerían un mejor rendimiento ajustado por riesgo ya que se tienen mejores condiciones para lograrlo tales como un mayor mercado y un mercado con mayor experiencia y fortaleza; sin embargo, fueron los Portafolios de Separación en el Mercado Accionario de México los que ofrecieron un mayor rendimiento ajustado por riesgo¹⁸.

Asimismo, vimos que el portafolio de mercado en ambos países no compensan de manera adecuada el nivel de volatilidad que se observó durante el periodo de estudio, ya que el mayor coeficiente de variación obtenido en ambos mercados fue aquel en el que se invirtió la mayor proporción en el activo libre de riesgo. Alternativamente se podría pensar que las tasas libre de riesgo en los dos mercados es alta comparada con el rendimiento esperado ajustado por riesgo que ofrece el portafolio de mercado.

Finalmente, es importante mencionar que existen otros factores que tenemos que tomar en cuenta a la hora de elegir un Portafolio de Separación, como las necesidades específicas de cada inversor (liquidez, horizonte de inversión, nivel de riesgo adecuado, entre otras); es decir, cada inversor puede elegir el

¹⁸ Cabe señalar que esto es válido únicamente durante el periodo mencionado y que los demás periodos de tiempo no fueron objeto de nuestro estudio.

Portafolio de Separación que mejor se ajuste a sus necesidades de inversión.
No necesariamente el mejor portafolio es aquel que mayor rendimiento ofrece
sino el que mejor cubre estas necesidades.

Anexo 1

La evolución del precio del índice de mercado de México y de Estados Unidos, así como la volatilidad histórica de cada índice se presentan en las Figuras 7 y 8:

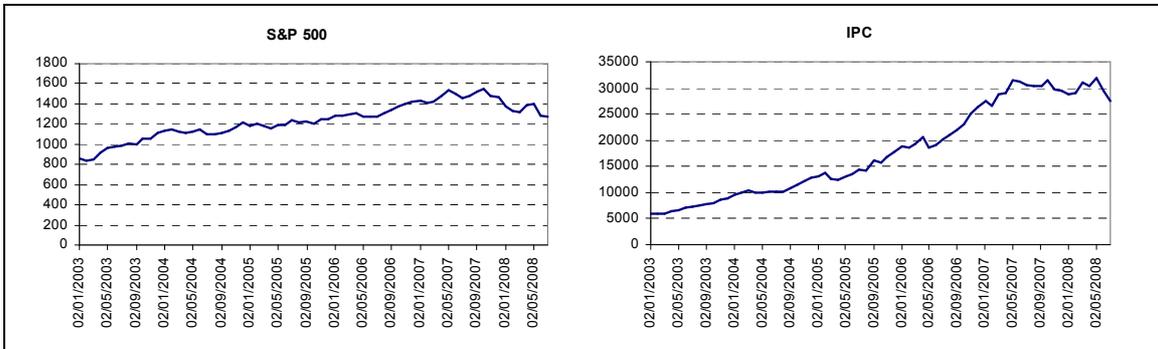


Figura 7: Precios Mensuales.

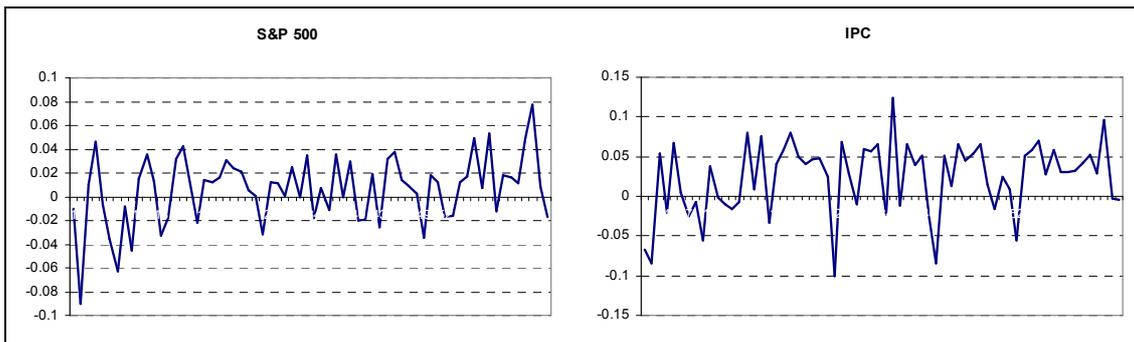


Figura 8: Volatilidad Histórica Mensual.

Bibliografía

- Apreda, Rodolfo (2001), *Arbitraging Mispriced Assets with Separation Portfolios to Lessen Total Risk*, University of Cema, Working papers, number 203.
- Apreda, Rodolfo (2005), *Mercado de Capitales, Administración de Portafolios y Corporate Governance*, Buenos Aires, La Ley.
- Apreda, Rodolfo (2005), *Simple and Enlarged Separation Portfolios. On their Use when Arbitraging and Synthesizing Securities*, University of Cema, Working papers, number 233.
- Elton Edwin J., Gruber Martin J. (1995), *Modern Portfolio Theory and Investment Analysis*, New York, John Wiley & Sons Inc.
- Fisher, Kenneth, and Meir Statman (1997), *Investment Advice from Mutual Fund Companies*, Journal of Portfolio Management (fall): 9-25
- Hull, John C. (2006), *Options, Futures, and other Derivatives*, New Jersey, Pearson Prentice Hall.
- Kahneman Daniel, Tversky Amos (1979), *Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk*, Econometrica, Volume 47, Number 2.
- Maginn, John L., Tuttle, Donald L., McLeavey, Dennis W., and Pinto, Jerald E. (2007), *Managing Investment Portfolios. A Dynamic Process*, John Wiley & Sons, Inc.
- Markowitz, Harry (1952), *Portfolio Selection*, Journal of Finance, Volume 7, Number 1.
- Markowitz, Harry (1952), *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, New York, John Wiley & Sons Inc.
- Michaud, R. (1998), *Efficient Asset Management*, Boston, Harvard Business School Press.
- Michaud, R. (1989), *The Markowitz Optimization Enigma: Is "Optimized" Optimal?*, Financial Analyst Journal, Volume 45, Number 1.
- Sharpe, W. F. (1963), *A Simplified Model for Portfolio Analysis*, Management Science, Volume 9, Number 2.
- Sheleifer, Andrei (1999). *Inefficient Markets: An Introduction to Behavioral Finance*, Oxford, Oxford University Press.