



UNIVERSIDAD DEL CENTRO DE ESTUDIOS  
MACROECONOMICOS ARGENTINA

ANÁLISIS Y SIMULACIÓN DE ESTRATEGIAS DE  
INVERSIÓN BASADAS EN LA VOLATILIDAD  
IMPLÍCITA DE DERIVADOS FINANCIEROS

Tesis de la Maestría en Finanzas

Gonzalez, Aldo Nicolas

Tutores: Julián Siri y Pablo Orazi

Buenos Aires, Noviembre de 2021



## **Resumen**

Este trabajo consiste en el análisis, el diseño y la simulación de estrategias de inversión basadas en la volatilidad implícita de derivados financieros. En particular, se desarrollan estrategias que hacen uso de opciones financieras sobre acciones del mercado americano. Se presenta un estudio teórico de opciones financieras, se evalúan distintas alternativas de inversión, se desarrollan estrategias, se simulan y se presentan los algoritmos utilizados en la implementación de las mismas. El lenguaje de programación que se utiliza es Python.



<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Modelo de Black-Scholes-Merton y volatilidad implícita</b>	<b>3</b>
2.1. Ganancia al operar opciones . . . . .	3
2.2. Modelo de Black-Scholes-Merton . . . . .	5
2.2.1. Volatilidad implícita . . . . .	6
<b>3. Pre-procesamiento de datos</b>	<b>7</b>
3.1. <i>Dataset</i> . . . . .	7
3.1.1. <i>Options chain</i> . . . . .	8
3.1.2. Volatilidad implícita . . . . .	9
3.1.3. Precios del subyacente . . . . .	9
<b>4. Estrategias con opciones</b>	<b>11</b>
4.1. <i>Straddle</i> . . . . .	11
<b>5. Simulaciones</b>	<b>13</b>
5.0.1. Estrategia con desvíos estándar . . . . .	14
5.0.2. Estrategia basada en bandas de Bollinger . . . . .	16
5.0.3. Cambios en los parámetros de las simulaciones . . . . .	18
<b>6. Conclusiones</b>	<b>21</b>
<b>A. Ecuación de Black-Merton-Scholes</b>	<b>23</b>



---

## Índice de figuras

---

2.1. <i>Ganancia al comprar una opción de compra.</i> . . . . .	4
2.2. <i>Ganancia al comprar una opción de venta.</i> . . . . .	4
3.1. <i>Esquema técnico utilizado.</i> . . . . .	8
4.1. <i>Straddle.</i> . . . . .	12
4.2. <i>Short straddle.</i> . . . . .	12
5.1. <i>Precio de la acción y volatilidad implícita.</i> . . . . .	13
5.2. <i>Volatilidad implícita y bandas superior e inferior.</i> . . . . .	14
5.3. <i>Resultado de la estrategia.</i> . . . . .	16
5.4. <i>Volatilidad implícita y bandas superior e inferior.</i> . . . . .	17
5.5. <i>Resultado de la estrategia.</i> . . . . .	17
5.6. <i>Variación del SL por subyacente.</i> . . . . .	18
5.7. <i>Variación del SL.</i> . . . . .	19
5.8. <i>Variación de n.</i> . . . . .	19





Los derivados financieros son instrumentos cuyo precio depende del comportamiento de un activo subyacente. El subyacente puede ser una acción, un bono, un índice, una tasa de interés, un *commodity*, etc. Existen distintos tipos de derivados financieros: futuros, opciones, swaps, entre otros. El objetivo de este trabajo es utilizar opciones financieras.

Una opción financiera es un contrato en el que la parte compradora tiene el derecho, pero no la obligación, de operar un activo subyacente en una fecha y a un precio determinados. La parte vendedora tiene la obligación de concretar la operación si la parte compradora así lo desea.

En una opción de compra, llamada *call option*, la parte compradora tiene el derecho de comprar el subyacente en la fecha y al precio determinados por el contrato. En una opción de venta, llamada *put option*, la parte compradora tiene el derecho de vender el subyacente en la fecha y al precio pactados. En ambos casos, el precio acordado para la transacción del activo subyacente se denomina *strike*. Cuando la parte compradora decide ejercer su derecho (esto es, comprar el subyacente si se trata de un *call* o venderlo si se trata de un *put*) se dice que la opción está siendo ejercida.

Existen dos grandes clasificaciones de opciones: europeas y americanas. En una opción europea, la parte compradora puede ejercer la opción solo en la fecha de expiración especificada en el contrato. Por otra parte, en una opción americana el comprador puede ejercer la opción en cualquier momento hasta la fecha de expiración incluida. Estas definiciones en la práctica implican algunos comportamientos diferentes entre ambos tipos de opciones. Las opciones europeas tienen un comportamiento más simple de modelar matemáticamente. Si bien en este trabajo se utilizarán opciones americanas, los desarrollos teóricos se harán en base a opciones europeas.



---

## Modelo de Black-Scholes-Merton y volatilidad implícita

---

En este capítulo se presenta un modelo matemático para el tratamiento de opciones europeas. En particular, se arriba al modelo de Black-Scholes-Merton y a sus principales conclusiones.

### 2.1. Ganancia al operar opciones

Una opción de compra, o *call option*, le da el derecho al tenedor de comprar el activo subyacente al precio de *strike*  $K$  correspondiente y en la fecha de expiración  $T$  (en años). El precio de la opción se simboliza con la letra  $c$ , el precio del subyacente al momento de comprar la opción es  $S_0$  y el precio del subyacente en la fecha de expiración es  $S_T$ .

En la fecha de expiración, hay dos resultados posibles:

- $S_T > K$ : en este caso, habiendo comprado un *call* se tiene el derecho de comprar el subyacente al precio  $K$  cuando en el mercado tiene un precio mayor. El valor de la opción en esta situación será  $S_T - K$  y el tenedor puede ejercerla (en cuyo caso comprará el activo subyacente a la parte vendedora de la opción y lo venderá en el mercado a un precio superior) o puede venderla.
- $S_T \leq K$ : en este caso, el tenedor de la opción tiene el derecho de comprar el subyacente al precio  $K$  cuando en el mercado tiene un precio menor. La opción en este caso no tiene valor, dado que le da al tenedor el derecho a comprar algo que en el mercado se consigue más barato.

Cuando el precio del subyacente es mayor al *strike*, se dice que la opción está *In The Money* (ITM). Cuando el precio es menor al *strike*, se dice que la opción está *Out of The Money* (OTM). Cuando el precio del subyacente es igual al *strike*, se dice que la opción está *At The Money* (ATM).

En la fecha de expiración, la ganancia que se realizará habiendo comprado un *call* será la que se presenta en la Figura 2.1.

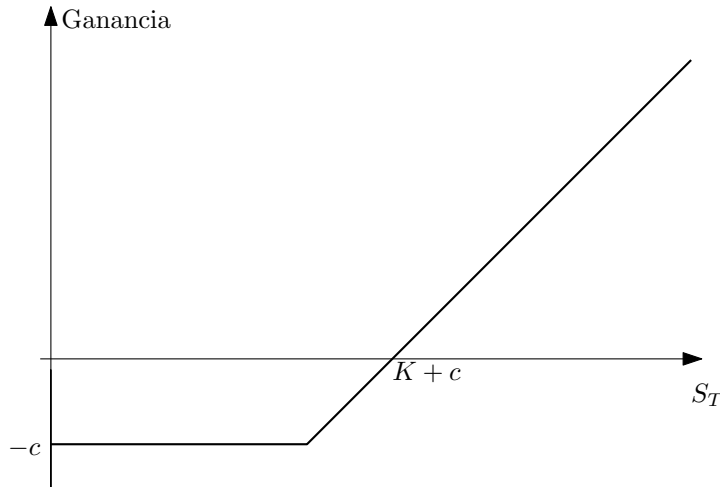


Figura 2.1 – Ganancia al comprar una opción de compra.

En el gráfico puede observarse que al comprar un *call* se tiene una pérdida limitada y una ganancia ilimitada.

Para una opción de venta, los resultados son opuestos. Un *put* está ITM si el precio del subyacente es menor al *strike* y está OTM si es mayor. La ganancia que se obtiene al comprar un *put* se grafica en la Figura 2.2.

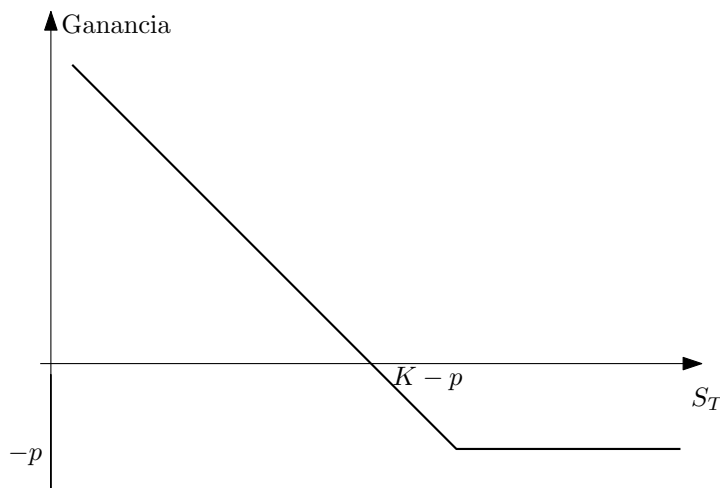


Figura 2.2 – Ganancia al comprar una opción de venta.

De los gráficos anteriores se obtiene como conclusión que un inversor que compra un *call* espera una suba en precio del subyacente ya que el valor de la opción aumentará con el mismo. Por el contrario, un inversor que compra un *put* espera una caída en el precio del subyacente, dado que el precio de la opción aumentará cuanto menor sea el precio del mismo<sup>1</sup>. Cuando más ITM esté una opción, sea un *call* o un *put*, mayor será su precio.

<sup>1</sup>Existen situaciones en las que el precio de un *call* baja cuando sube el precio del subyacente. Este comportamiento tiene que ver con la sensibilidad del precio de la opción a las variaciones en el subyacente

Existen distintas combinaciones de operatoria con opciones. Se puede obtener cualquier combinación de opciones para construir el *payoff* que se desee. Dichas estrategias serán abordadas en el Capítulo 4.

## 2.2. Modelo de Black-Scholes-Merton

A principios de la década de 1970, Fischer Black, Myron Scholes y Robert Merton llegaron a un resultado teórico para obtener el precio de una opción. En el modelo que desarrollaron se utilizaron suposiciones acerca del movimiento del precio del activo subyacente. En particular, el modelo se basa en que los precios del subyacente tienen una distribución log-normal con media  $\mu$  y varianza  $\sigma^2$ ,

$$\frac{\Delta S}{S} \sim \mathcal{N}(\mu\Delta t, \sigma^2\Delta t), \quad (2.1)$$

donde  $\Delta S/S$  es la variación porcentual del precio del subyacente y  $\Delta t$  el intervalo de tiempo.

Trabajando con esta suposición y utilizando distintos resultados que se obtienen de la teoría de series temporales, el modelo arriba a las fórmulas de valuación de opciones (para acciones que no pagan dividendos) dadas por

$$c = S_0 N(d_1) - Ke^{-rT} N(d_2), \quad (2.2)$$

$$p = Ke^{-rT} N(-d_2) - S_0 N(-d_1), \quad (2.3)$$

donde:

- $S_0$  es el precio del activo subyacente al momento de la valuación,
- $K$  es el *strike* o precio de ejercicio,
- $r$  es la tasa libre de riesgo,
- $T$  es el tiempo a la expiración medido en años,
- $N(\cdot)$  es la probabilidad acumulada de una distribución normal,
- $d_1$  y  $d_2$  se calculan mediante,

$$d_1 = \frac{\ln(S_0/K) + T(r + \sigma^2/2)}{\sigma\sqrt{T}}, \quad (2.4)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T}, \quad (2.5)$$

- $\sigma$  es la volatilidad del activo subyacente.

---

y en la volatilidad. No obstante, en la mayoría de las situaciones el precio de un call aumenta cuando aumenta el subyacente. El mismo razonamiento aplica para los *puts*.

### 2.2.1. Volatilidad implícita

Las fórmulas de valuación de Black-Merton-Scholes tienen múltiples variables. En esta sección, se estudiará particularmente la volatilidad  $\sigma$ , ya que es un parámetro de suma importancia.

En finanzas, la volatilidad está asociada directamente con el riesgo de un activo. La misma mide la variabilidad en los retornos del mismo. Cuando el precio de un activo fluctúa muy bruscamente, su volatilidad es alta y se lo considera un activo riesgoso. En cambio, cuando el retorno es estable en el tiempo su volatilidad es baja y se lo considera un activo poco riesgoso. El caso extremo es la tasa libre de riesgo  $r$  que asegura una rentabilidad sin riesgo, y su varianza es cero<sup>2</sup>.

Utilizando las fórmulas de valuación de Black-Merton-Scholes se puede obtener el precio que debería tener una opción dados el precio del subyacente, la expiración, la tasa libre de riesgo y la volatilidad del activo. Para esta última variable, podría utilizarse una estimación tomando la volatilidad histórica. El precio que se obtiene de esta ecuación puede ser comparado con el precio de mercado de la opción de manera tal de encontrar un arbitraje. Sin embargo, en mercados con gran liquidez estas oportunidades son escasas o son muy pequeñas y los costos de operación las tornarían no rentables para un inversor minorista.

En lugar de estimar la volatilidad del activo y obtener su precio según el modelo, se puede utilizar el precio de mercado para despejar de las formulas de valuación a la volatilidad del activo. Esta volatilidad que surge de dicha ecuación se la denomina volatilidad implícita. Esta variable es de interés dado que representa el nivel de volatilidad que los inversores de opciones descuentan para el activo subyacente.

Los precios de las opciones están fuertemente influenciados por la volatilidad del subyacente. Si la volatilidad es alta, el precio de la opción será mayor. Esto permite diseñar estrategias de inversión que tomen como variable central a la volatilidad implícita. Si se espera que la volatilidad de un activo suba considerablemente (por ejemplo, por presentación de balances) entonces se puede especular con una suba en el precio de las opciones de dicho activo.

---

<sup>2</sup>En general se toma como activo libre de riesgo a un bono del tesoro americano. Estrictamente, ningún activo tiene riesgo 0 ya que la probabilidad de *default* no es nula. No obstante, a fines prácticos se considera que existe un activo con volatilidad 0 y rentabilidad  $r$ .

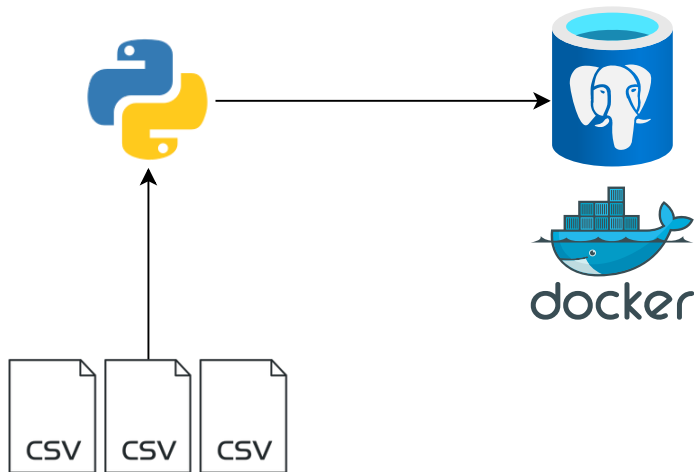
En este capítulo se presenta el tratamiento realizado sobre el *dataset* de opciones y el esquema técnico utilizado para disponibilizar los datos que son de interés para las simulaciones.

### 3.1. *Dataset*

Los datos utilizados para las simulaciones consisten en distintos archivos CSV que contienen precios de opciones de distintas empresas que cotizan en el mercado americano. El rango de fechas es de Mayo del 2015 hasta Julio del 2020. El *dataset* incluye tres tipos de archivos CSV:

- Cadenas de opciones,
- Volatilidad implícita,
- Precio del subyacente.

Dado que el *dataset* contiene información de más de 4000 empresas cotizantes y dado que las *options chains* contienen mucha información, el peso total de los archivos es de 150GB, por lo que fue necesario definir un procedimiento técnico para manejar los datos. En la Figura 3.1 se presenta el esquema técnico utilizado.



**Figura 3.1** – Esquema técnico utilizado.

En primer lugar, se generó una instancia de servidor de base de datos PostgreSQL en Docker, con el objetivo de crear distintas bases de datos para almacenar la información. Se generaron funciones en Python que recorren los archivos CSV y extraen la información para el activo que se pase como parámetro de entrada. El *script* se conecta con el servidor PostgreSQL y deposita la información en la tabla correspondiente. Se crearon 3 bases de datos:

- `options-chain`,
- `implied-volatility`,
- `stock-prices`.

### 3.1.1. *Options chain*

Para cada fecha, se tiene un CSV que contiene para cada subyacente el precio del mismo, el símbolo de cada opción, la fecha de expiración, el precio de ejercicio, el precio y volumen de la opción, la volatilidad implícita y las letras griegas.

Se generó una función en Python con una variable de entrada que representa el símbolo del activo (por ejemplo, AAPL) y otra variable que represente el tipo de opción (si es *call* o *put*). La función recorre cada archivo CSV y extrae las filas que contengan opciones sobre el subyacente que se defina. Estas filas son ingresadas a otra función en Python que elimina las opciones que tengan volumen 0. Luego, las filas resultantes son insertadas en una tabla de la base de datos `options-chain`. El nombre de la tabla sigue la estructura `<ticker>_<tipo de opcion>`. Por ejemplo, `aapl_calls`.



### 3.1.2. Volatilidad implícita

Para cada fecha, se tiene un CSV que contiene la volatilidad implícita de cada activo para esa fecha. De manera similar al caso anterior, se generó una función en Python con variable de entrada el símbolo del subyacente. Esta función recorre cada archivo CSV y extrae la fila correspondiente al activo que se defina. Luego, cada fila es insertada en una tabla de la base de datos `implied-volatility`. El nombre de la tabla tiene la estructura `<ticker>`. Por ejemplo, `aapl`.

### 3.1.3. Precios del subyacente

Para cada fecha, se tiene un CSV que contiene los precios de cada activo para esa fecha. Se generó una función en Python que recorre cada archivo y extrae el precio correspondiente al símbolo que se pase como entrada. Luego, se deposita cada fila en una tabla de la base de datos `stock-prices`. El nombre de la tabla tiene la misma estructura que en la base de datos de volatilidades implícitas.

De esta manera, se dispone de tres bases de datos con toda la información necesaria para realizar las simulaciones. Tener esta información en bases de datos tiene la ventaja de tener un mayor ordenamiento de los datos y una mejor velocidad de procesamiento, dado el tiempo que le toma a Python recorrer un archivo CSV es mayor al de ejecutar una *query* en una base de datos.



En este capítulo se presentan algunas formas de operatoria de opciones financieras. El objetivo es describir algunas estrategias típicas que serán aprovechadas en las simulaciones del Capítulo 5.

#### 4.1. *Straddle*

Un *straddle* es una estrategia que implica la combinación de opciones de compra y de venta. La operación consiste en comprar un *call* y un *put* con el mismo precio de ejercicio  $K$  y con la misma expiración. La inversión inicial es el costo de las primas  $c + p$ . Se tienen dos regiones posibles en función del precio del subyacente a la expiración:

- $S_T > K$ : El *call* queda ejercible, por lo que se gana  $S_T - K$ . El *put* queda no ejercible. El *profit* es  $S_T - K$ .
- $S_T < K$ : El *call* queda no ejercible. El *put* queda ejercible, por lo que el *profit* es  $K - S_T$ .

En la Figura 4.1 se presenta el perfil de ganancias. Como puede observarse, se tiene una ganancia ilimitada cuando el precio del subyacente es mayor que  $K + c + p$  y cuando es menor a  $K - c - p$ . Esta estrategia es no direccional, ya que la ganancia no depende de si el precio sube o baja sino que depende de la magnitud de la suba o la baja. Esta estrategia se utiliza cuando se espera un cambio grande en el precio del activo subyacente. En otras palabras, es una estrategia *long* volatilidad, ya que se obtiene una ganancia cuando la volatilidad en el precio del activo subyacente sube.

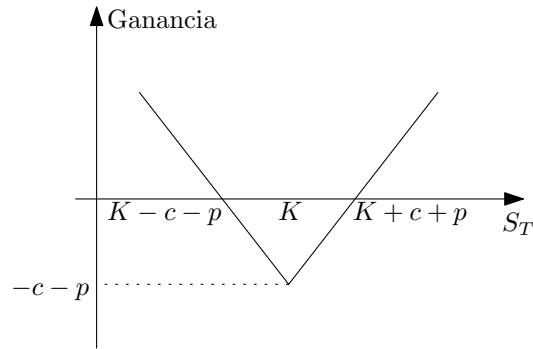


Figura 4.1 – *Straddle*.

Se puede realizar la operación inversa, un *short straddle*, vendiendo simultáneamente un *call* y un *put* con el mismo precio de ejercicio. El análisis de los *payoffs* es el mismo que en el caso del *long straddle* y el perfil de ganancias se presenta en la Figura 4.2.

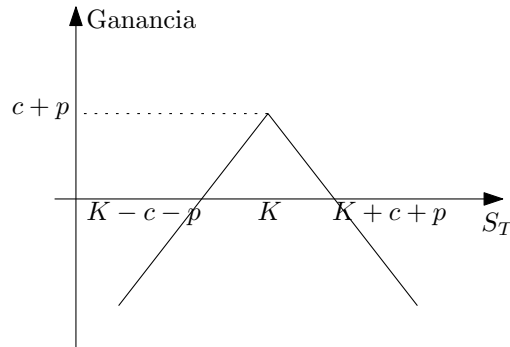
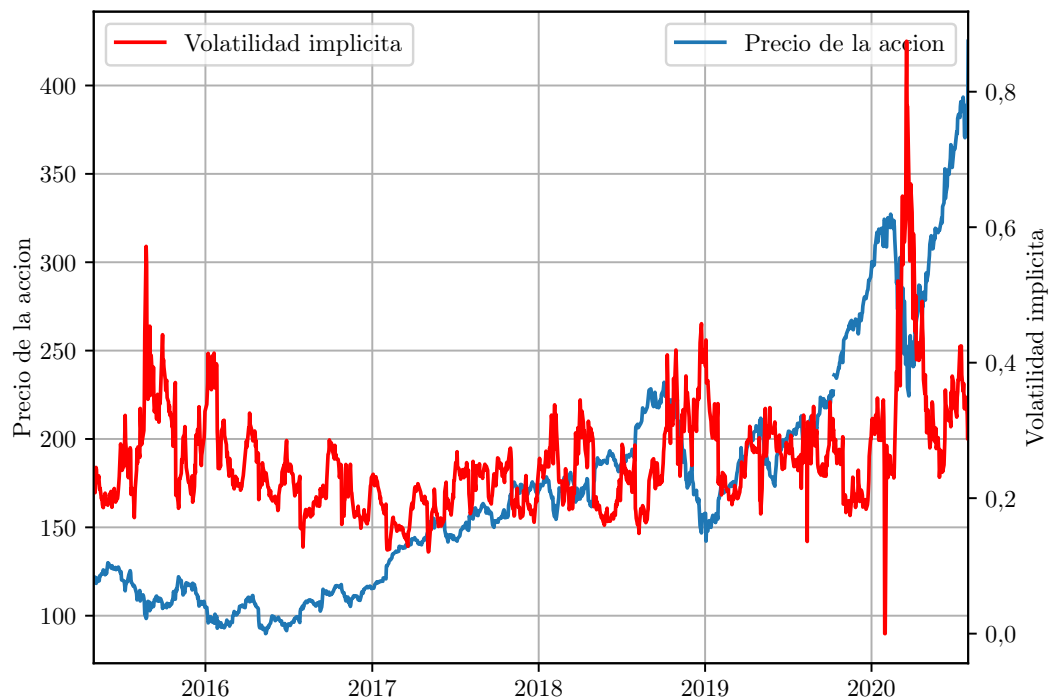


Figura 4.2 – *Short straddle*.

En este caso, se tiene una ganancia cuando el precio del subyacente se encuentra entre  $K - c - p$  y  $K + c + p$ . Esta estrategia es *short* volatilidad, ya que se obtiene una ganancia cuando el precio del activo subyacente no varía demasiado, es decir, cuando su volatilidad disminuye.

En este capítulo se presentan las simulaciones realizadas y los algoritmos implementados para llevarlas a cabo. El activo utilizado para las simulaciones fue una acción de Apple Inc. La variable principal a utilizar para tomar decisiones de compra-venta será la volatilidad implícita.

En la Figura 5.1 se presenta el precio de AAPL y la volatilidad implícita a 30 días de opciones *call* ATM.



**Figura 5.1** – Precio de la acción y volatilidad implícita.

Se propone simular una estrategia basada en la volatilidad implícita de AAPL. Cuando la volatilidad está alta, según algún criterio a definir, se vende un *straddle* para generar una ganancia con la baja de la volatilidad. Cuando la volatilidad está baja, según el mismo criterio, se compra un *straddle* para aprovechar la potencial suba en la volatilidad.

### 5.0.1. Estrategia con desvíos estándar

Un criterio simple para decidir si la volatilidad está alta o baja es tomar la media móvil de 30 días y definir una banda superior e inferior que se construyan sumando y restando la media  $N$  veces. En la Figura 5.2 se presenta el gráfico de la volatilidad implícita y las bandas superior e inferior al 30 % de la media móvil.

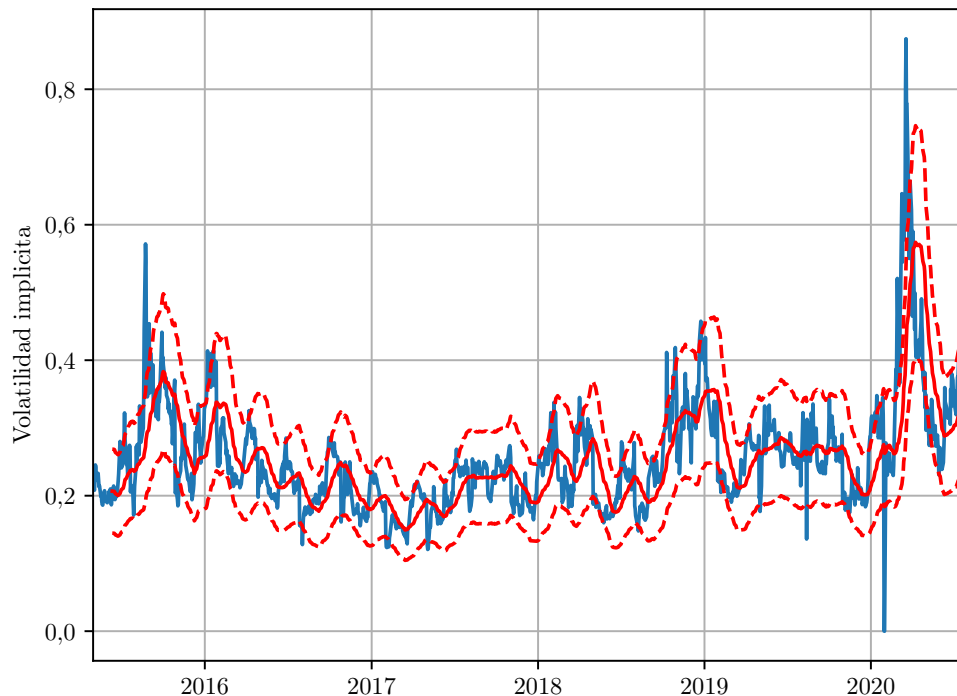


Figura 5.2 – Volatilidad implícita y bandas superior e inferior.

El algoritmo que se define se basa en las señales que entrega el nivel de volatilidad implícita. Se definen tres posibilidades:

- Volatilidad implícita  $>$  banda superior: volatilidad alta, se vende un *straddle*,
- Volatilidad implícita  $<$  banda inferior: volatilidad baja, se compra un *straddle*,
- Volatilidad implícita  $<$  banda superior y  $>$  banda inferior: no se toma acción.

Es necesario definir cuál de todos los posibles *straddles* operar al momento de ejecutar la estrategia. Se toma el *straddle* formado por los *calls* y *puts* más ATM y más cercanos a 30 días de expiración. Si no existen opciones ATM que expiren en 30 días, se toma

como límite una expiración de 5 días. Es decir, el algoritmo no permite operar *straddles* con expiración menor a 5 días. En la Figura 5.3 se presenta el resultado de simular la estrategia. En particular, se grafica la evolución de una inversión de \$100 en la estrategia y en el activo subyacente.

Dado que las opciones financieras son muy volátiles, se define además un valor de *stop loss* y uno de *take profit*. Cuando se compra o vende un *straddle*, se calcula la ganancia o pérdida de la posición cada día. Cuando el resultado es menor al *stop loss* o mayor al *take profit*, se cierra la posición. Además, se definió un *stop loss* utilizando el subyacente, de manera de cerrar la posición si la variación porcentual de la acción es mayor a un determinado umbral.

El algoritmo que se ejecuta para simular la estrategia es el siguiente:

---

**Algorithm 1** Algoritmo de simulación de la estrategia

---

```

1: if la posición no es LONG ni SHORT then
2:   if Volatilidad implícita < banda inferior then
3:     Buscar el mejor straddle
4:     Tomar una posición LONG
5:   if Volatilidad implícita > banda superior then
6:     Buscar el mejor straddle
7:     Tomar una posición SHORT
8: if La posición es LONG then
9:   if Fecha  $\geq$  Expiración or profit < stop loss or profit > take profit then
10:    Calcular el profit
11:    Cerrar posición
12:   if Volatilidad implícita < Volatilidad implícita media then
13:     Mantener posición LONG
14:     Calcular el profit
15:   if Volatilidad implícita > Volatilidad implícita media then
16:     Calcular el profit
17:     Cerrar posición
18: if La posición es SHORT then
19:   if Fecha  $\geq$  Expiración or profit < stop loss or profit > take profit then
20:    Calcular el profit
21:    Cerrar posición
22:   if Volatilidad implícita > Volatilidad implícita media then
23:     Mantener posición SHORT
24:     Calcular el profit
25:   if Volatilidad Implícita < Volatilidad implícita media then
26:     Calcular el profit
27:     Cerrar posición

```

---

En la Figura 5.3 puede observarse las ganancias generadas por la estrategia. En todos los casos, se simuló el escenario de disponer de \$100 y comprar o vender un solo *straddle*. Como *benchmark* se eligió una estrategia pasiva sobre el subyacente, comprando al comienzo de la simulación una cantidad de acciones en función del margen inicial requerido para la primera posición en opciones. En rigor, esta simulación no se corresponde con lo que pasaría en la realidad, dado que los márgenes son variables. No obstante, con el fin

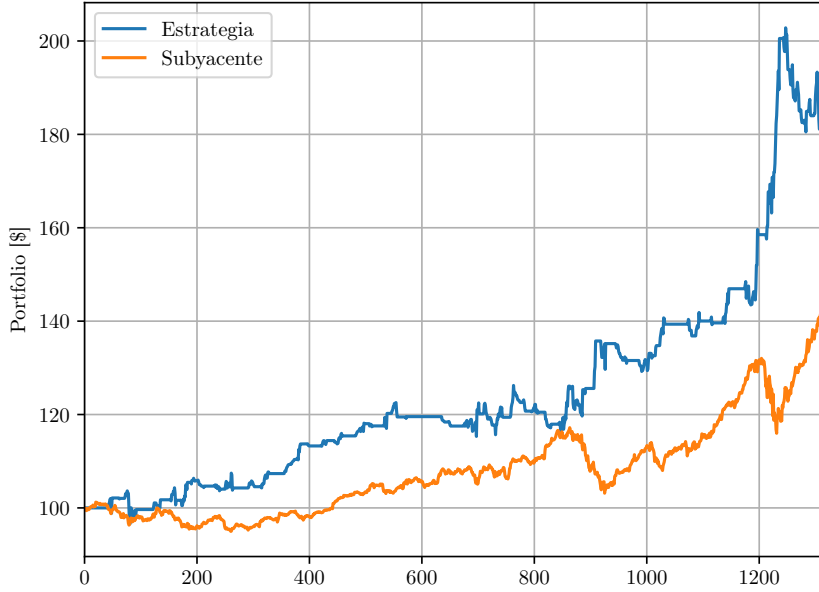


Figura 5.3 – Resultado de la estrategia.

de simplificar el desarrollo y obtener la estimación de un *benchmark* para comparar con la estrategia, se decidió utilizar este procedimiento. En particular, en Marzo del 2020 se produce una ganancia muy importante del capital debido al escenario de volatilidad que se presentó en el *crash* producido por el COVID-19. Este escenario de cambio abrupto en la volatilidad provoca una ganancia muy grande en el valor de las opciones. Esto se debe a que el algoritmo vende un straddle cuando la volatilidad supera la banda superior esperando a que la misma baje.

### 5.0.2. Estrategia basada en bandas de Bollinger

Las bandas de Bollinger son un indicador técnico que intenta identificar cuando un activo está sobre-comprado o sobre-vendido. Matemáticamente, se construyen como una media móvil simple y la suma y resta de desvíos estándar. Para calcularlas, primero se obtiene la media móvil simple:

$$MA = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n}, \quad (5.1)$$

donde  $n$  es la cantidad de muestras sobre las que se calcula el indicador. Luego, se obtienen las bandas superior e inferior:

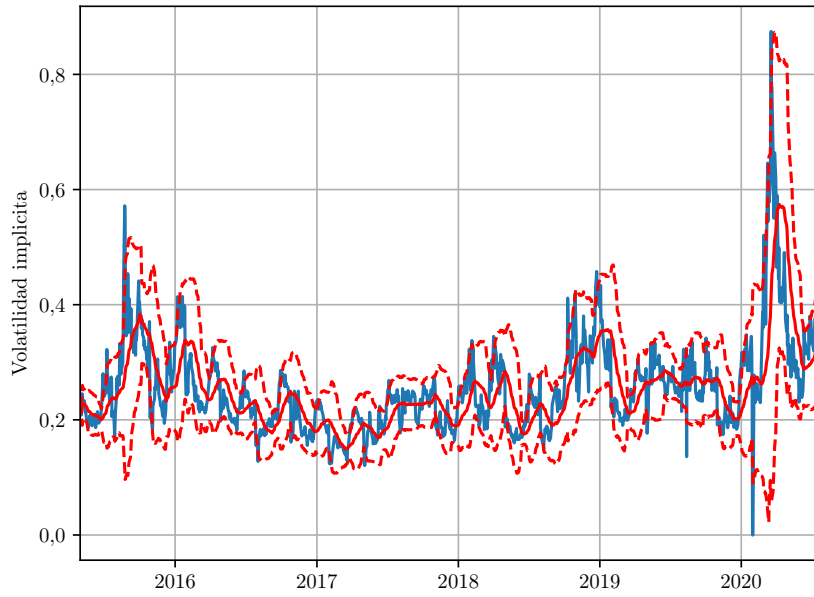
$$UpperBB = MA + D\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - MA)^2}{n}}, \quad (5.2)$$

$$LowerBB = MA - D\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - MA)^2}{n}}, \quad (5.3)$$

donde  $D$  es la cantidad de desvíos estándar a aplicar.



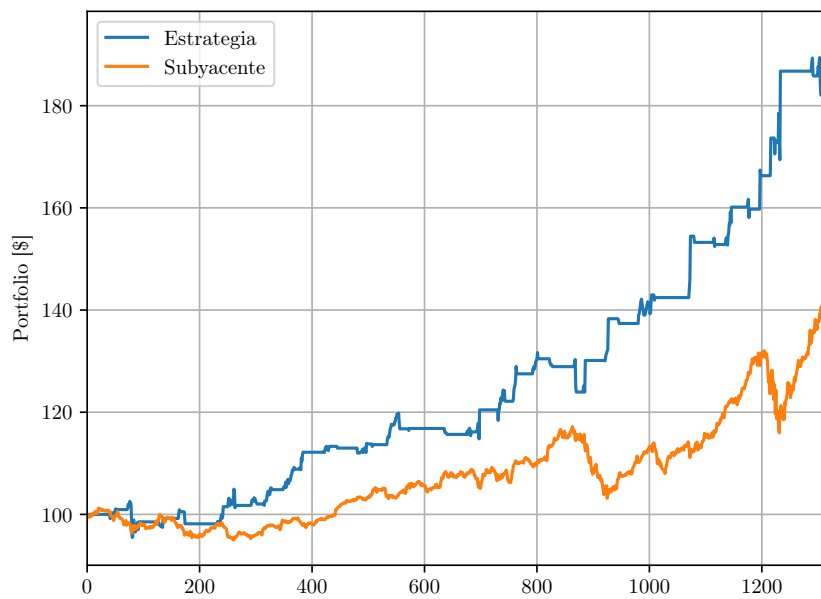
En la Figura 5.4 se presenta la volatilidad implícita de AAPL y las bandas de Bollinger.



**Figura 5.4** – Volatilidad implícita y bandas superior e inferior.

Puede observarse que las bandas de Bollinger contienen mejor a la volatilidad implícita que en la estrategia anterior. Esto es algo positivo, ya que se obtienen menos señales falsas.

En la Figura 5.5 se presenta el resultado de la simulación de la estrategia con bandas de Bollinger.



**Figura 5.5** – Resultado de la estrategia.

### 5.0.3. Cambios en los parámetros de las simulaciones

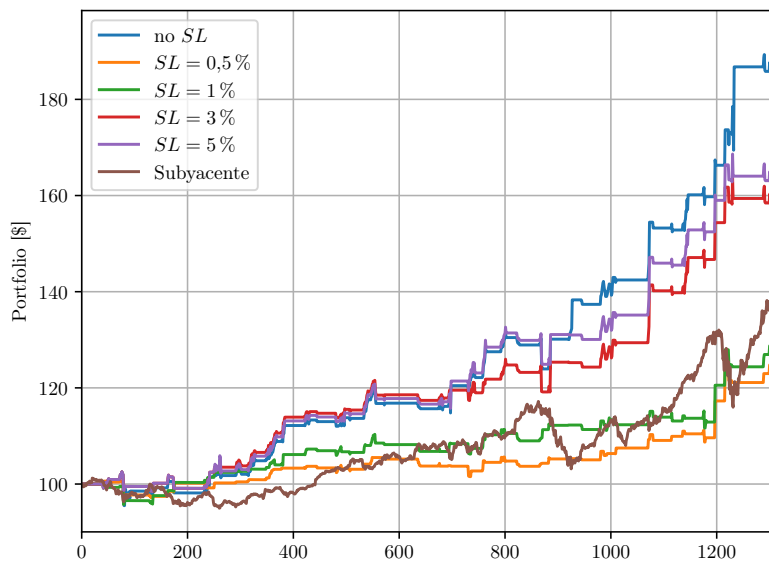
Se propone simular distintas variaciones de la estrategia con el fin de optimizar el rendimiento y el riesgo. Las principales variables a modificar son:

- *Stop Loss* de la posición,
- *Stop Loss* por subyacente,
- Cantidad de desvíos a sumar y restar en las bandas de Bollinger.

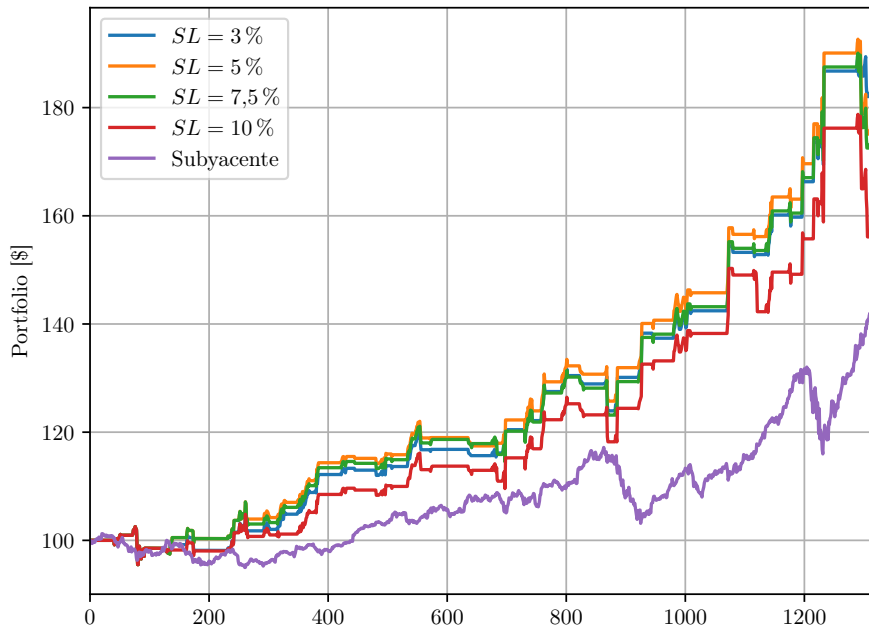
En la Tabla 5.1 se presentan los resultados obtenidos.

<i>Stop Loss</i>	<i>Stop Loss</i> subyacente	<i>D</i>	Exceso de rendimiento	Cantidad de operaciones
3 %	0.5 %	2	-21 %	81
3 %	1 %	2	-17 %	75
3 %	3 %	2	18 %	56
3 %	5 %	2	23 %	53
3 %	-	2	40 %	53
5 %	-	2	37 %	53
7.5 %	-	2	35 %	50
10 %	-	2	22 %	51
3 %	-	1.5	43 %	102
3 %	-	2.5	30 %	36
3 %	-	3	-28 %	13

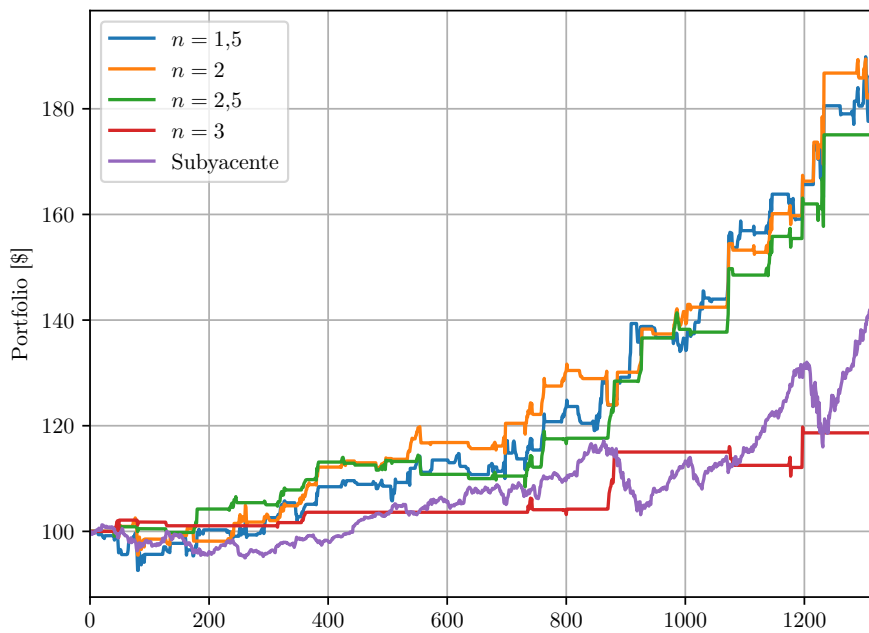
**Tabla 5.1** – Variación en los parámetros de simulación. El exceso de rendimiento representa el rendimiento total por encima del benchmark.



**Figura 5.6** – Variación del SL por subyacente.



**Figura 5.7** – Variación del SL.



**Figura 5.8** – Variación de n.



El análisis y las simulaciones realizadas demuestran que invertir en opciones financieras presenta oportunidades interesantes para aprovechar distintos movimientos del mercado. En particular, operar sobre la volatilidad de un activo en lugar de especular sobre el movimiento del subyacente permite abstraerse de los niveles de valuación del mercado y concentrarse solamente en la magnitud de los movimientos que tendrá.

Las simulaciones realizadas mostraron ser efectivas a la hora de captar los movimientos del subyacente, entregando resultados positivos en todos los casos. Este resultado no tiene en cuenta cuestiones inherentes a la operatoria en el mercado de capitales como por ejemplo las comisiones y los márgenes requeridos para la operatoria en corto, etc. Por lo tanto, este trabajo puede utilizarse para un desarrollo futuro que tenga en cuenta estas variables.

Por otro lado, no se tuvieron en cuenta distintos eventos del mercado como por ejemplo la presentación de balances o las elecciones en Estados Unidos. Estos eventos, tratados individualmente, tienen el potencial de mejorar los rendimientos en la estrategia especulando sobre el impacto que tendrían en la volatilidad del subyacente.

El desarrollo realizado permitió profundizar distintas áreas trabajadas durante la maestría y combinarlas con el análisis y el procesamiento de datos reales utilizando herramientas de programación e infraestructura de bases de datos.



---

Ecuación de Black-Merton-Scholes

---

Para llegar a las ecuaciones de Black-Merton-Scholes, se utilizará el siguiente resultado:

$$\mathbb{E}\{\max(V - K, 0)\} = \mathbb{E}\{V\}\mathcal{N}(d_1) - K\mathcal{N}(d_2) , \quad (\text{A.1})$$

siendo  $V$  una variable aleatoria con distribución Log-Normal y desvío estándar  $w$  y siendo:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{\mathbb{E}\{V\}}{K}\right) + \frac{w^2}{2}}{2} , \quad (\text{A.2})$$

$$d_2 = \frac{\ln\left(\frac{\mathbb{E}\{V\}}{K}\right) - \frac{w^2}{2}}{2} . \quad (\text{A.3})$$

### Demostración

Sea  $g(V)$  la función densidad de probabilidad de  $V$ . Se tiene que

$$\mathbb{E}\{\max(V - K, 0)\} = \int_0^\infty (V - K)g(V)dV . \quad (\text{A.4})$$

Utilizando propiedades de la distribución Log-Normal, la esperanza de  $\ln(V)$  puede escribirse como

$$\mathbb{E}\{\ln(V)\} = m = \ln(\mathbb{E}\{V\}) - \frac{w^2}{2} . \quad (\text{A.5})$$

Sea  $Q \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\ln(V) - m}{w}$ , cuya distribución es  $\mathcal{N}(0, 1)$ . Se tiene que la función densidad de probabilidad de  $Q$  es

$$h(Q) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{Q^2}{2}} . \quad (\text{A.6})$$

De la definición de la variable  $Q$ , se tiene que

$$V = e^{wQ+m} . \quad (\text{A.7})$$

Por lo tanto, puede reescribirse a la ecuación (A.4) como

$$\begin{aligned}\mathbb{E}\{\max(V - K, 0)\} &= \int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} (e^{wQ+m} - K)h(Q)dQ \\ &= \int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} e^{wQ+m}h(Q)dQ - K \int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} h(Q)dQ .\end{aligned}\quad (\text{A.8})$$

Se tiene que

$$\begin{aligned}e^{wQ+m}h(Q) &= e^{wQ+m} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} w^{-\frac{Q^2}{2}} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{wQ+m-\frac{Q^2}{2}} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{\frac{1}{2}(-Q^2+2wQ+2m)} = \frac{1}{\sqrt{w\pi}} e^{\frac{1}{2}[-(Q-w)^2+2m+w^2]} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}(Q-w)^2} e^{\frac{1}{2}(2m+w^2)} \\ &= e^{m+\frac{w^2}{2}} h(Q-w) .\end{aligned}\quad (\text{A.9})$$

Por lo tanto,

$$\mathbb{E}\{\max(V - K, 0)\} = e^{m+\frac{w^2}{2}} \int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} h(Q-w)dQ - K \int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} h(Q)dQ . \quad (\text{A.10})$$

Definiendo a  $\mathcal{N}(x)$  como la probabilidad de que una variable aleatoria normal con media nula y varianza unitaria sea menor que  $x$ , se puede escribir a la primera integral de la ecuación (A.10) como

$$\int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} h(Q-w)dQ = 1 - \mathcal{N}\left(\frac{\ln(K)-m}{w} - w\right) = \mathcal{N}\left(\frac{-\ln(K)+m}{w} + w\right) . \quad (\text{A.11})$$

Utilizando la ecuación (A.5) se tiene que

$$\mathcal{N}\left(\frac{\ln \frac{\mathbb{E}\{V\}}{K} + \frac{w^2}{2}}{2}\right) = \mathcal{N}(d_1) . \quad (\text{A.12})$$

Por otra parte, la segunda integral puede escribirse como

$$\int_{\frac{\ln(K)-m}{w}}^{\infty} h(Q)dQ = \mathcal{N}(d_2) . \quad (\text{A.13})$$

Por lo tanto, la ecuación (A.10) puede escribirse como

$$\mathbb{E}\{\max(V - K, 0)\} = e^{m+\frac{w^2}{2}} \mathcal{N}(d_1) - K\mathcal{N}(d_2) = \mathbb{E}\{V\}\mathcal{N}(d_1) - K\mathcal{N}(d_2) . \quad (\text{A.14})$$

Utilizando este resultado, se obtiene la ecuación de Black-Scholes-Merton teniendo en cuenta que el precio de una opción de compra con precio de subyacente  $S_0$ , precio de ejercicio  $K$ , tasa de interes  $r$  y volatilidad del subyacente  $\sigma$  es igual al valor presente del valor esperado del máximo entre la diferencia del precio final del subyacente y el precio de



---

ejercicio y 0:

$$c = e^{-rT} \mathbb{E}\{\max(S_T - K, 0)\} . \quad (\text{A.15})$$

Tambien se tiene que en un mundo neutral al riesgo, el valor esperado de  $S_T$  es el valor presente del subyacente llevado al tiempo de expiración de la opción:

$$\mathbb{E}\{S_T\} = S_0 e^{rT} . \quad (\text{A.16})$$

Por lo tanto, utilizando el resultado obtenido previamente, puede escribirse

$$c = e^{-rT} [S_0 e^{rT} \mathcal{N}(d_1) - K \mathcal{N}(d_2)] = S_0 \mathcal{N}(d_1) - K e^{-rT} \mathcal{N}(d_2) , \quad (\text{A.17})$$

donde

$$\begin{aligned} d_1 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r + \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} \\ d_2 &= \frac{\ln\left(\frac{S_0}{K}\right) + \left(r - \frac{\sigma^2}{2}\right)T}{\sigma\sqrt{T}} , \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

que es el resultado de Black-Scholes-Merton.



---

## Bibliografía

---

- [1] JOHN C. HULL., *Options, Futures, and Other Derivatives*, Pearson, Tenth Edition.
- [2] COLIN BENNETT., *Trading Volatility, Correlation, Term Structure and Skew*.

## Autorización para publicar los trabajos finales

- **Repositorio Institucional:**

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en el **Repositorio Institucional** de la Universidad de la Biblioteca con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.

- **Catálogo en línea:**

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en el **Catálogo en línea** (acceso con usuario y contraseña) de la Biblioteca con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.

- **Página web UCEMA:**

SI autorizo a la Universidad del CEMA a publicar y difundir en la **página web de la Universidad** como Trabajo destacado, si el mismo obtuviese la distinción correspondiente, con fines exclusivamente académicos y didácticos el Trabajo Final de mi autoría.



---

Aldo Nicolas Gonzalez

DNI: 39.757.230