

# La teoría de los juegos y el funcionamiento de los mercados

Germán Coloma

## Introducción

La teoría de los juegos es una técnica matemática que sirve para resolver problemas en los cuales hay varios actores tomando decisiones, y los mismos tienen en cuenta las decisiones que toman o creen que van a tomar los otros actores del problema. Esta manera de ver la interacción entre los participantes se asemeja a la que se utiliza para analizar un juego de estrategia, en el cual cada jugador elige sus movimientos pensando en las reacciones de sus rivales.

La teoría de los juegos es quizás la única área de la matemática cuyo desarrollo estuvo inspirado en la temática de las ciencias sociales, en vez de estarlo en la de las ciencias físicas o naturales. Su importancia se verifica en el hecho de que entre sus pioneros se cuentan dos de los matemáticos más importantes del siglo XX, como lo fueron Borel (1921) y Von Neumann (1928). Sus aplicaciones principales a problemas económicos comienzan a partir de la contribución de Nash (1951), quien propuso el concepto de equilibrio que lleva su nombre.

A partir de la década de 1970 la literatura económica basada en la teoría de los juegos (y en especial la referida a temas relacionados con el funcionamiento de los mercados) comenzó a tener un gran desarrollo. En este artículo intentaremos reseñar brevemente sus principales contribuciones, explicando cuáles son los tipos básicos de juegos que se utilizan y sus aplicaciones más importantes a distintos problemas relacionados con el funcionamiento de los mercados<sup>1</sup>. Comenzaremos así con los llamados “juegos estáticos” para pasar luego a los “juegos

dinámicos”. Estos últimos, a su vez, los dividiremos en dos clases, según se trate de “juegos secuenciales” o de “juegos repetidos”.

## Juegos estáticos

Los juegos estáticos son aquellos en los cuales los jugadores efectúan sus movimientos simultáneamente y de una sola vez. Este tipo de juegos está asociado con lo que se conoce como “forma normal” de un juego, que consiste en enunciar quiénes son los jugadores, cuáles son las estrategias que cada uno de ellos tiene disponible, y cuáles son los resultados asociados con cada perfil de estrategias (es decir, con cada posible situación en la cual cada jugador elige una de sus estrategias disponibles).

Las estrategias son los conjuntos de acciones entre los cuales cada jugador puede elegir. En ciertos juegos las estrategias son valores de una única variable; en otros, son conjuntos de valores de distintas variables. En algunos casos cada jugador tiene disponible unas pocas estrategias; en otros, el conjunto de estrategias disponibles es infinito. En cuanto a los resultados, los mismos se expresan como valores que adoptan los beneficios de cada jugador en cada perfil de estrategias. En muchos casos pueden asociarse con valores monetarios y medirse en dinero, si bien el concepto es más general y también puede relacionarse con cualquier medida de satisfacción o utilidad (por ejemplo, puntos ganados en un juego de mesa, esfuerzo ahorrado, etc).

<sup>1</sup> Buena parte de los contenidos de este artículo han sido extraídos de Coloma (2005).

Cuando se analizan juegos estáticos entre dos jugadores con un número pequeño de estrategias, la representación más conveniente de la forma normal del juego es a través de una matriz de beneficios (*payoff matrix*), como la que aparece en el gráfico 1. En ella hay un jugador (J1) cuyas estrategias son las filas de la matriz (Alto, Bajo) y otro jugador (J2) cuyas estrategias son las columnas de la misma (Izquierda, Derecha). Cada casillero de la matriz es la intersección de una fila y una columna, y por ende representa uno de los cuatro posibles perfiles de estrategias del juego. Dentro del mismo están escritos dos números, que son los beneficios de J1 y J2 (respectivamente) en cada uno de dichos perfiles de estrategias.

**Gráfico 1**

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alto	2; 2	1; 1
	Bajo	1; 1	0; 0

El concepto básico de solución de este tipo de juegos es el equilibrio de Nash, que es el perfil de estrategias en el cual cada jugador está obteniendo el máximo beneficio posible, dadas las estrategias que eligen los demás jugadores. En el ejemplo del gráfico 1, dicho equilibrio es “Alto, Izquierda”, ya que para J1 “Alto” es la mejor estrategia cuando J2 juega “Izquierda” (puesto que obtiene un beneficio igual a 2, y jugando “Bajo” obtendría un beneficio igual a 1) y para J2 “Izquierda” es la mejor estrategia cuando J1 juega “Alto” (puesto que también obtiene un beneficio igual a 2, y jugando “Derecha” obtendría un beneficio igual a 1). En este ejemplo sólo hay un equilibrio de Nash, ya que en ninguno de los otros perfiles de estrategias se da que ambos jugadores estén maximizando beneficios, dado lo que hace el otro jugador.

***“El concepto básico de solución de este tipo de juegos es el equilibrio de Nash, que es el perfil de estrategias en el cual cada jugador está obteniendo el máximo beneficio posible, dadas las estrategias que eligen los demás jugadores”.***

**Gráfico 2**

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alto	2; 2	0; 3
	Bajo	3; 0	1; 1

En el juego representado en el gráfico 1 el equilibrio de Nash coincide con una situación en la cual el beneficio conjunto de ambos jugadores es máximo. Esto no siempre es así, y de hecho la mayoría de las aplicaciones económicas de la teoría de los juegos se refieren a situaciones en las cuales tal coincidencia no se da. El gráfico 2, por ejemplo, representa un caso en el cual el único equilibrio de Nash es “Bajo, Derecha”, en tanto que el perfil de estrategias que maximiza el beneficio conjunto es “Alto, Izquierda”.

El equilibrio de Nash no tiene por qué ser único. En el juego representado en el gráfico 3, por ejemplo, tanto “Bajo, Izquierda” como “Alto, Derecha” son equilibrios de Nash. También puede darse que el equilibrio de Nash no exista en “estrategias puras” (esto es, que no haya un perfil de estrategias que implique que, al mismo tiempo, cada jugador está obteniendo el máximo beneficio posible dadas las estrategias que eligen los demás jugadores). Tal cosa sucede, por ejemplo, en el juego representado en el gráfico 4, en el cual ninguno de los cuatro perfiles de estrategias posibles cumple con la definición de equilibrio de Nash.

**Gráfico 3**

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alto	1; 1	1; 4
	Bajo	3; 1	0; 0

Cuando no hay equilibrios de Nash en estrategias puras, siempre resulta posible hallar equilibrios de Nash en “estrategias mixtas” (es decir, en estrategias combinadas que implican jugar distintas estrategias puras con determinadas probabilidades). Para que exista un

equilibrio de Nash en estrategias mixtas es necesario que cada jugador maximice su beneficio esperado combinando estrategias puras, lo cual sólo puede suceder si queda indiferente entre jugar las distintas estrategias puras que están dentro de la estrategia mixta.

**Gráfico 4**

		J2	
		Izquierda	Derecha
J1	Alto	1; -1	-1; 1
	Bajo	-1; 1	1; -1

En el juego del gráfico 4, por ejemplo, J1 queda indiferente entre jugar “Alto” y jugar “Bajo” si se da que:

$$E[B_1(\text{Alto})] = 1 \cdot p_1 + (-1) \cdot (1-p_1) = (-1) \cdot p_1 + 1 \cdot (1-p_1) = E[B_1(\text{Bajo})] \quad ;$$

donde “ $p_1$ ” es la probabilidad de que J2 juegue “Izquierda”. Por su parte, J2 queda indiferente entre jugar “Izquierda” y jugar “Derecha” si se da que:

$$E[B_2(\text{Izquierda})] = 1 \cdot p_A + (-1) \cdot (1-p_A) = (-1) \cdot p_A + 1 \cdot (1-p_A) = E[B_2(\text{Derecha})] \quad ;$$

donde “ $p_A$ ” es la probabilidad de que J1 juegue “Alto”.

El equilibrio de Nash de este juego se da cuando las probabilidades de elegir las distintas estrategias hacen que ambos jugadores estén simultáneamente indiferentes entre sus distintas opciones, cosa que acontece cuando “ $p_A = 1/2$ ” y “ $p_1 = 1/2$ ”. Esto implica que J1 elegirá “Alto” con probabilidad 1/2 y “Bajo” con probabilidad 1/2, y que J2 elegirá “Izquierda” con probabilidad 1/2 y “Derecha” con probabilidad 1/2. Nótese que estas probabilidades no quedan determinadas por la condición de indiferencia del jugador que las elige sino por la condición de indiferencia del otro jugador, pero su cumplimiento es necesario para que pueda llegarse a un equilibrio.

El propio Nash demostró en su artículo original que todo juego finito (es decir, todo juego con un número finito de jugadores y un número finito de estrategias) tiene al menos un equilibrio en estrategias puras o en estrategias mixtas. En general, si en vez de un equilibrio en estrategias puras encontramos dos (como en el juego del gráfico 3), podremos hallar también un

tercer equilibrio en estrategias mixtas. El mismo puede caracterizarse usando las mismas condiciones de indiferencia vistas para el juego del gráfico 4, que en el caso del gráfico 3 son:

$$E[B_1(\text{Alto})] = 1 \cdot p_1 + 1 \cdot (1-p_1) = 3 \cdot p_1 + 0 \cdot (1-p_1) = E[B_1(\text{Bajo})] \quad ;$$

$$E[B_2(\text{Izquierda})] = 1 \cdot p_A + 1 \cdot (1-p_A) = 4 \cdot p_A + 0 \cdot (1-p_A) = E[B_2(\text{Derecha})] \quad ;$$

y que implican una situación en la cual J1 elige “Alto” con probabilidad 1/4 (y “Bajo” con probabilidad 3/4) y J2 elige “Izquierda” con probabilidad 1/3 (y “Derecha” con probabilidad 2/3).

Muchos ejemplos de la literatura económica sobre el funcionamiento de los mercados involucran juegos que no son finitos, sino que implican elegir entre infinitas estrategias que son valores de una variable continua. En tanto el espacio al que pertenezcan dichas estrategias sea compacto, y los beneficios de los jugadores sean funciones continuas de los perfiles de estrategias, dichos juegos también tienen al menos un equilibrio de Nash<sup>2</sup>. La forma de hallarlo implica definir primero los beneficios de cada jugador del siguiente modo:

$$B_1 = B_1(s_1, s_2) \quad ; \quad B_2 = B_2(s_1, s_2) \quad ;$$

donde “ $s_1$ ” es la variable de decisión de J1 y “ $s_2$ ” es la variable de decisión de J2, y maximizar “ $B_1$ ” respecto de “ $s_1$ ” y “ $B_2$ ” respecto de “ $s_2$ ”.

Las condiciones de primer orden de dicha maximización son:

$$\frac{\partial B_1}{\partial s_1} = 0 \quad ; \quad \frac{\partial B_2}{\partial s_2} = 0 \quad ;$$

y de ellas surgen funciones “de reacción” o “de mejor respuesta” del tipo “ $s_1 = R_1(s_2)$ ” y “ $s_2 = R_2(s_1)$ ”. Formando un sistema de ecuaciones con esas funciones, se llega a una solución en la cual ambas condiciones se cumplen simultáneamente, y dicha solución es el equilibrio de Nash del juego en cuestión (puesto que es un perfil de estrategias en el cual cada jugador está maximizando su beneficio dada la estrategia que está jugando el otro jugador).

Los dos ejemplos clásicos de juegos de este tipo que aparecen en la literatura de organización industrial son el oligopolio de Cournot (1838), en el cual las estrategias son las cantidades, y el oligopolio de Bertrand (1883), en el cual las estrategias son los precios. Variaciones de este último son el modelo de Hotelling (1929) con diferenciación horizontal de productos y el de Shaked y Sutton (1982) con diferenciación vertical. También entran dentro de

<sup>2</sup> Esto fue demostrado originalmente por Glicksberg (1952). Bajo ciertos supuestos adicionales, puede garantizarse además la existencia de al menos un equilibrio de Nash en estrategias puras.

esta categoría los juegos de carreras de patentes, en los cuales los jugadores eligen niveles de gasto en investigación y desarrollo (Loury, 1979), y los juegos de doble marginalización entre productores y distribuidores, en los cuales el productor elige el precio mayorista y el distribuidor elige el margen entre precio mayorista y precio minorista (Spengler, 1950). En cuanto a los principales juegos estáticos finitos, pueden mencionarse el que implica elegir entre colusión y desvío en un único momento del tiempo, cuyo equilibrio es semejante al del juego representado en el gráfico 2 (Friedman, 1971). También entran en esa categoría los juegos de “guerra de desgaste” (*war of attrition*) entre dos empresas que operan en el mismo mercado, cuyos equilibrios son semejantes a los del juego representado en el gráfico 3 (Riley, 1980).

### Juegos dinámicos

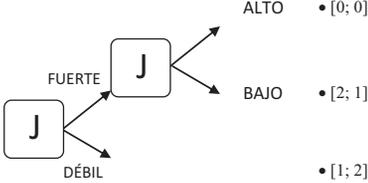
Los juegos dinámicos son aquellos juegos en los cuales los jugadores toman decisiones en distintos momentos del tiempo. Tal como hemos mencionado en la introducción de este artículo, los dos tipos de juegos dinámicos de interés por sus aplicaciones en temas relacionados con el funcionamiento de los mercados son los juegos secuenciales (en los cuales cada jugador juega en un determinado momento del tiempo y luego los otros jugadores le responden en momentos subsiguientes) y los juegos repetidos (en los cuales se juega el mismo juego estático varias veces seguidas).

### Juegos secuenciales

La manera más conveniente de describir un juego secuencial es a través de su “forma extensiva”, que consiste en precisar no sólo los jugadores, las estrategias y los resultados sino también el orden de movimientos de los jugadores y las acciones disponibles en cada momento en el cual cada jugador debe decidir. En juegos secuenciales con pocos jugadores y pocos movimientos, la forma más clara de representar la forma extensiva del juego es a través de un “diagrama de árbol”, en el que cada jugador aparece representado por un círculo (nodo) cada

vez que tiene que mover, y las acciones disponibles son las líneas (ramas) que parten de cada nodo. Los distintos resultados posibles están a su vez asociados con los “nodos finales” del juego, representados a través de puntos negros. Al lado de dichos puntos aparecen los beneficios de los jugadores que participan en el juego, ordenados según el orden de aparición de dichos jugadores.

Gráfico 5



El gráfico 5 representa uno de los ejemplos más sencillos posibles de juego secuencial. En él J1 elige primero entre “Fuerte” y “Débil” y, si J1 eligió “Fuerte”, J2 elige después entre “Alto” y “Bajo”. El concepto de solución más relevante para este tipo de juegos es el de “equilibrio perfecto de Nash” (también llamado “equilibrio perfecto en subjuegos”), propuesto por Selten (1965)<sup>3</sup>. El mismo se define como un perfil de estrategias en el cual cada jugador elige, en cada posible situación en la que le toca jugar, la acción que le genera un mayor beneficio dadas las acciones que eligen los demás jugadores. Este concepto es un refinamiento del equilibrio de Nash porque no se refiere sólo a las estrategias como un todo sino a las acciones que las conforman, y exige que las mismas sean óptimas en cada posible “subjuego” en que pueda dividirse el juego en cuestión.

<sup>3</sup> El nombre de “equilibrio perfecto en subjuegos” (*subgame perfect Nash equilibrium*) sirve para distinguir este concepto de otro refinamiento del equilibrio de Nash conocido como “equilibrio perfecto de mano temblorosa” (*trembling-hand perfect Nash equilibrium*), propuesto también por Selten (1975).

El equilibrio perfecto de Nash se calcula a través del procedimiento de “inducción hacia atrás” (*backward induction*), que consiste en posicionarse primero en los nodos más cercanos al final del juego e ir determinando las acciones óptimas para cada jugador, moviéndose luego en dirección de los nodos menos cercanos al final del juego. En el ejemplo del gráfico 5, el único equilibrio perfecto de Nash es “Fuerte, Bajo”, puesto que “Bajo” es la mejor acción para J2 si dicho jugador tiene que mover (ya que obtiene un beneficio de 1, en vez de 0) y, dado eso, “Fuerte” es la mejor acción para J1 (ya que obtiene un beneficio de 2, en vez de 1).

El ejemplo del gráfico 5 nos permite ver con claridad que el equilibrio perfecto es un refinamiento del concepto de equilibrio de Nash, ya que el juego en cuestión tiene otro +equilibrio de Nash (Débil, Alto) que no es perfecto. Efectivamente, si J2 juega “Alto” la mejor decisión para J1 es jugar “Débil” y, si J1 juega “Débil”, J2 queda indiferente entre jugar “Alto” y “Bajo”, con lo cual “Débil, Alto” satisface la definición de equilibrio de Nash lo mismo que “Fuerte, Bajo”. Sin embargo, se trata de un equilibrio basado en la “amenaza increíble” (*empty threat*) de que J2 jugaría “Alto” si J1 jugara “Fuerte”, acción esta que no es óptima en dicha circunstancia.

Exigiendo por lo tanto que las acciones resulten óptimas en cada posible contingencia del juego, logran descartarse ciertos equilibrios de Nash que no resultan razonables (como, por ejemplo, “Débil, Alto” en el juego del gráfico 5) y sólo subsisten aquellos equilibrios que son “secuencialmente racionales” o “consistentes temporalmente”.

Al igual que los juegos estáticos, los juegos secuenciales también pueden tener espacios infinitos de estrategias, surgidos de tener que elegir entre valores de variables continuas. Si, por ejemplo, J1 debe elegir primero el valor de cierta variable “s<sub>1</sub>” y J2 debe elegir después el valor de otra variable “s<sub>2</sub>”, y tanto B<sub>1</sub> como B<sub>2</sub> son funciones continuas de “s<sub>1</sub>” y “s<sub>2</sub>”, entonces el procedimiento de inducción hacia atrás consiste en encontrar primero la función de reacción de J2. Esto implica hacer:

$$\frac{\partial B_2}{\partial s_2} = 0 \quad \Rightarrow \quad s_2 = R_2(s_1) \quad ;$$

y luego reemplazar “s<sub>2</sub>” por “R<sub>2</sub>(s<sub>1</sub>)” en B<sub>1</sub>, y maximizar esta última función respecto de “s<sub>1</sub>” haciendo:

$$\frac{\partial B_1}{\partial s_1} + \frac{\partial B_1}{\partial s_2} \cdot \frac{\partial R_2}{\partial s_1} = 0 \quad ;$$

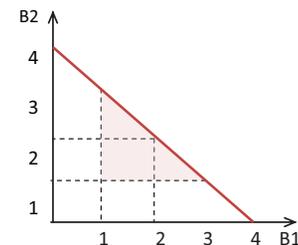
**“Los juegos secuenciales pueden tener espacios infinitos de estrategias, surgidos de tener que elegir entre valores de variables continuas”.**

donde “ $\partial B_1 / \partial s_1$ ” es el efecto directo de “s<sub>1</sub>” sobre B<sub>1</sub>, y “ $(\partial B_1 / \partial s_2) \cdot (\partial R_2 / \partial s_1)$ ” es el efecto indirecto (es decir, el que viene a través de la reacción de J2). El equilibrio perfecto de Nash surge entonces de hallar el valor de “s<sub>1</sub>” que satisface la condición de optimización de J1, y reemplazarlo luego en la función de reacción de J2.

## Juegos repetidos

El otro tipo de juego dinámico que resulta de interés analizar separadamente es el que comprende a los juegos repetidos (también llamados “superjuegos”). Supongamos por ejemplo que J1 y J2 están jugando el mismo juego estático representado en el gráfico 2, pero que dicho juego se disputa varias veces seguidas. En su versión estática, el juego en cuestión tiene un solo equilibrio de Nash (Bajo, Derecha) en el cual los jugadores obtienen beneficios menores que los que podrían obtener en otro perfil de estrategias (Alto, Izquierda) que no es un equilibrio. Sin embargo, la repetición del juego abre la posibilidad para que los jugadores logren incrementar sus beneficios, haciendo que aparezcan equilibrios mejores que el de la versión estática.

Gráfico 6



El fenómeno descrito en el párrafo anterior se demuestra utilizando el denominado “teorema del pueblo” (*Folk theorem*), que dice que cualquier resultado factible en el cual todos los jugadores obtienen un beneficio mayor que el que logran en un equilibrio de Nash de la

versión estática de un juego puede sostenerse como un equilibrio de Nash de la versión infinitamente repetida del mismo, siempre que los jugadores valoren lo suficiente el futuro<sup>4</sup>.

La manera más sencilla de demostrar el teorema del pueblo es suponer que, si un juego se repite, los jugadores pueden utilizar “estrategias disparadoras” (*trigger strategies*) que consisten en elegir una determinada “acción concertada” con los demás jugadores en tanto ellos también elijan la acción concertada que les corresponde, y optar en cambio por una “acción de castigo” si detectan que algún otro jugador se ha desviado de la concertación en un período anterior. Esta acción de castigo consiste simplemente en jugar la acción correspondiente al equilibrio de Nash de la versión estática del juego.

Aplicando el esquema propuesto al ejemplo del gráfico 2, podríamos postular un equilibrio de Nash en el cual J1 tuviera la siguiente estrategia:

- Jugar “Alto” en el período inicial;
  - Seguir jugando “Alto” en tanto J2 siempre haya jugado “Izquierda”;
  - Jugar “Bajo” si J2 jugó alguna vez “Derecha”;
- y, por su parte, J2 tuviera la siguiente estrategia:
- Jugar “Izquierda” en el período inicial;
  - Seguir jugando “Izquierda” en tanto J1 siempre haya jugado “Alto”;
  - Jugar “Derecha” si J1 jugó alguna vez “Bajo”.

Así descritas las estrategias, los jugadores obtienen un beneficio de 2 en cada período, y ninguno de ellos abandona su acción concertada porque el otro jugador tampoco lo hace. Para que esto sea un equilibrio, sin embargo, resulta necesario que cada jugador prefiera elegir la acción concertada (“Alto” o “Izquierda”) en vez de desviarse unilateralmente y elegir “Bajo” o “Derecha”. Esto ocurre si el beneficio intertemporal de la concertación (igual a 2 por período) es mayor que el beneficio intertemporal del desvío (igual al promedio ponderado de lo que el jugador obtiene en el primer período en que se desvía y de lo que obtiene de ahí en adelante). En el ejemplo del gráfico 2, dicho beneficio intertemporal del desvío (Bd) es igual a:

$$Bd = (1-\beta) \cdot 3 + \beta \cdot 1 \quad ;$$

***“En todos los períodos bajo análisis siempre existe un posible período futuro que los jugadores están considerando en sus cálculos”.***

donde “β” es un número entre cero y uno que mide el valor relativo del futuro. Para que “Bd” sea mayor que 2, debe darse que “β” sea mayor que 1/2.

El papel de “β” en este tipo de problemas se relaciona con la idea de que los jugadores deben ser relativamente pacientes, es decir, deben tener una valoración relativamente alta de los beneficios futuros. En efecto, si “β” es lo suficientemente cercano a uno, cualquier combinación de acciones que le asegure a cada jugador un beneficio superior al que obtiene en el equilibrio de Nash de la versión estática del juego será un equilibrio de Nash del juego repetido, puesto que, cuando “β” tiende a uno, “Bd” tiende a ser igual al beneficio que se obtiene en el equilibrio de Nash de dicha versión estática.

Si bien el teorema del pueblo sirve para racionalizar ciertos resultados que en otros contextos no pueden explicarse como equilibrios, tiene la desventaja de que en general permite

la aparición de infinitos equilibrios de Nash. Tal cosa puede apreciarse en el gráfico 6, en el cual hemos representado los resultados del juego del gráfico 2 en el espacio de beneficios de J1 y J2. La línea que une los puntos en los cuales el beneficio conjunto es igual a cuatro representa la frontera de posibilidades de beneficio del juego. El equilibrio de Nash del juego estático corresponde a la situación en la cual “B1 = 1; B2 = 1”, y el del juego repetido en el que J1 y J2 juegan siempre “Alto, Izquierda” corresponde a la situación en la cual “B1 = 2; B2 = 2”. Sin embargo, cualquier punto del área sombreada en la cual tanto “B1” como “B2” son mayores que uno es también un posible equilibrio de Nash del juego repetido para un valor de “β” suficientemente alto, puesto que ambos jugadores lo prefieren al punto en el que los dos obtienen un beneficio igual a uno.

Si lo que se quiere es sostener un equilibrio de Nash de un juego repetido, el esquema anteriormente expuesto sirve tanto para juegos que se repiten un número finito de veces como para juegos infinitamente repetidos. Si se quiere que el equilibrio en cuestión sea perfecto, sin embargo, se vuelve necesario que el juego sea infinito (o, por lo menos, indeterminado, en el sentido de que nunca se sepa a ciencia cierta en qué período va a finalizar). Esto último tiene que ver con la idea de inducción hacia atrás implícita en el concepto de equilibrio perfecto de Nash. En efecto, si un juego se repite un número “N” de veces, en el momento “N” no tendrá

<sup>4</sup> Esta es una de las versiones más simples del teorema, pero existen también otras más complejas y más generales. El nombre de “teorema del pueblo” hace referencia a que es un resultado de autor anónimo, que era conocido en teoría de los juegos antes de aparecer publicado. Su primera versión escrita se debe a Friedman (1971).

sentido hablar de un período futuro y sólo serán óptimas las acciones que forman un equilibrio de Nash en la versión estática del juego. Sabiendo eso, no podrá entonces haber acciones concertadas sostenibles en el momento "N-1", y entonces las acciones óptimas en dicho período serán también las correspondientes a un equilibrio de Nash estático. Repitiendo el argumento para todos los períodos anteriores, se llega a la conclusión de que el único equilibrio perfecto de un juego que se repite durante un número finito y determinado de períodos es el que coincide con el equilibrio de Nash de la versión estática del juego.

Si lo que se analiza es un juego que se repite durante un número de períodos infinito o indeterminado, entonces desaparece el "problema del último período", ya que en todos los períodos bajo análisis siempre existe un posible período futuro que los jugadores están considerando en sus cálculos. Esto hace que cualquier resultado en el cual todos los jugadores obtienen un beneficio mayor que el que logran en un equilibrio de Nash de la versión estática de un juego pueda sostenerse como un equilibrio perfecto de la versión infinitamente repetida del mismo, en tanto los jugadores valoren el futuro lo suficiente.

El ejemplo más importante de juego repetido que aparece en la literatura económica sobre funcionamiento de los mercados es el que tiene que ver con situaciones de colusión entre oferentes de un determinado producto, que acuerdan no competir entre ellos y sostienen dicho acuerdo a través de la amenaza de retornar a una situación más competitiva. En cuanto a los juegos secuenciales, los ejemplos básicos de aplicación son los que se refieren a casos de obstaculización de la entrada (Spence, 1977), precios predatorios (Benoit, 1984) y ventas atadas (Whinston, 1990). Son también juegos secuenciales (con infinitas estrategias) los casos de liderazgo en precios (Stigler, 1940) y en cantidades (Stackelberg, 1934), en los que el líder mueve primero e induce al seguidor a reaccionar de determinada manera.

### Referencias bibliográficas

- Jean Benoit (1984), "Financially Constrained Entry into a Game with Incomplete Information", *Rand Journal of Economics*, vol 15, pp 490-499.
- Joseph Bertrand (1883), "Théorie Mathématique de la Richesse Social", *Journal des Savants*, vol 68, pp 499-508.
- Emile Borel (1921), "La théorie du jeu et les équations intégrales à noyau symétrique", *Comptes Rendus de l'Académie des Sciences*, vol 173, pp 1304-1308.
- Germán Coloma (2005), *Economía de la organización industrial*, Buenos Aires, Temas.
- Augustin Cournot (1838), *Recherches sur les Principes Mathématiques de la Théorie des Richesses*. París, Hachette.
- James Friedman (1971), "A Noncooperative Equilibrium for Supergames", *Review of Economic Studies*, vol 28, pp 1-12.
- Irving Glicksberg (1952), "A Further Generalization of the Kakutani Fixed Point Theorem with Application to Nash Equilibrium Points", *Proceedings of the American Mathematical Society*, vol 3, pp 170-174.
- Glenn Loury (1979), "Market Structure and Innovation"; *Quarterly Journal of Economics*, vol 93, pp 395-410.
- John Nash (1951), "Non-Cooperative Games"; *Annals of Mathematics*, vol 54, pp 286-295.
- John Riley (1980), "Strong Evolutionary Equilibrium and the War of Attrition", *Journal of Theoretical Biology*, vol 82, pp 383-400.

- Reinhard Selten (1965), "Spieltheoretische Behandlung eines Oligopolmodells mit Nachfragerregheit", *Zeitschrift für die gesamte Staatswissenschaft*, vol 121, pp 301-324.
- Reinhard Selten (1975), "Reexamination of the Perfectness Concept for Equilibrium Points in Extensive Games", *International Journal of Game Theory*, vol 4, pp 25-55.
- Avner Shaked y John Sutton (1982), "Relaxing Price Competition through Product Differentiation", *Review of Economic Studies*, vol 49, pp 3-14.
- Michael Spence (1977), "Entry, Capacity, Investment and Oligopolistic Pricing", *Bell Journal of Economics*, vol 8, pp 534-544.
- Joseph Spengler (1950), "Vertical Integration and Antitrust Policy", *Journal of Political Economy*, vol 58, pp 347-352.
- Heinrich Von Stackelberg (1934). *Marktform und Gleichgewicht*. Viena, Springer.
- George Stigler, (1940), "Notes on the Theory of Duopoly"; *Journal of Political Economy*, vol 48, pp 521-541.
- John Von Neumann (1928), "Zur Theorie der Gesellschaftsspiele", *Mathematische Annalen*, vol 100, pp 295-320.
- Michael Whinston (1990), "Tying, Foreclosure, and Exclusion", *American Economic Review*, vol 80, pp 837-859.