Volatilidad de Bonos

Dr. Guillermo López Dumrauf

dumrauf@fibertel.com.ar

Para una lectura detallada ver:

López Dumrauf, Guillermo: *Cálculo Financiero Aplicado, un enfoque profesional*

La presentación puede encontrarse en:

www.cema.edu.ar/u/gl24

Bonos – volatilidad

Conceptos fundamentales

- Volatilidad teórica – riesgo tasa
- Factores que la afectan:
  - plazo de vencimiento
  - tamaño del cupón
  - frecuencia de pago
- Precio de un punto básico

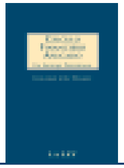
Duration

- Duration de Macaulay
- Duration moldificada

Convexity

- Factores que la afectan
- Duration modificada + Convexity

Qué es volatilidad?

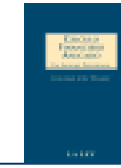


Volatilidad histórica: se mide por los cambios que han experimentado los precios de los bonos en el pasado

Volatilidad teórica: se mide por el cambio que experimente el precio de los bonos libres de opciones cuando cambia la tasa de interés

Esta presentación trata la volatilidad teórica...

Qué es volatilidad?



John Maynard Keynes en su famosa obra "The General Theory of Employment, Interest and Money" (1936) había postulado que el individuo tenía una **prima de seguro** con el interés del cupón y este seguro alcanzaba a cubrir un incremento en la tasa de interés igual al cuadrado de dicha tasa” .

Qué es volatilidad?

Período	VN	Renta fija	Precio	Tasa de mercado	TIR
1	100	10	100	10%	10%
2	100	10	90	11,1%	11,1%

Período	VN	Renta fija	Precio	Tasa de mercado	TIR
1	100	10	100	2%	2%
2	100	10	98	2,04%	2,04%

Cuando la tasa de interés sube al 11%, el precio del bono debe disminuir hasta 90 para entregar una TIR del 11%

(Note que el aumento de la tasa es igual al cuadrado de la tasa de interés $0{,}10^2=0{,}01$)

Cuando las tasas son muy bajas (2%) un pequeño incremento (0,04%) neutraliza la ganancia de todo un año)

Es peligroso comprar bonos cuando las tasas de interés son muy bajas (John M. Keynes, 1936)

Qué es volatilidad?

El precio de los bonos libres de opciones varía inversamente a los cambios en la tasa de interés.

Por volatilidad entendemos la variación que sufre el precio del bono en el mercado.

¿Cuán sensible es el precio de un bono al cambio de la tasa de interés?

Factores que afectan la volatilidad

1. El plazo de vencimiento

2. El tamaño de los cupones

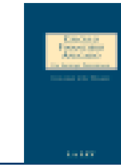
3. La frecuencia con que se paga el cupón

Todo esto se resume en un solo concepto: la **volatilidad** del bono

Volatilidad

- **Mayor** cuanto ***mayor*** es el plazo de vencimiento
- **Mayor** cuanto ***menor*** sea el tamaño del cupón
- **Mayor** cuanto ***menor*** sea la frecuencia del pago de los cupones

Ejemplo del plazo de vencimiento



TIR	Precio del Bono		
requerida	**1 año**	**10 años**	**25 años**
10%	$ 100,00	$ 100,00	$ 100,00
11%	$ 99,10	$ 94,11	$ 91,58
Variación precio	**-0,90%**	**-5,89%**	**-8,42%**

Ejemplo del tamaño del cupón

Ejemplo para un bono cupón cero

TIR requerida	Precio del Bono		
	1 año	10 años	25 años
10%	$ 90.9	$ 38,55	$ 9,23
11%	$ 90,09	$ 35,22	$ 7,36
Variación precio	**-0,99%**	**-8,64%**	**-20,25%**

Ejemplo de la frecuencia de pago

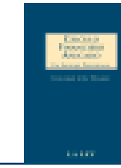
TIR requerida	Precio del Bono 10% anual	5% semestral
10%	$ 100	$ 100
11%	$ 94,1	$ 95,7
Variación precio	-5,89%	-4,31%

El punto básico (basis point)

1 basis point = 0,01 % 10 basis point = 0,10 % 100 basis point = 1 %

TIR requerida	Precio del Bono (vto 5 años)
10%	$ 100
10,01%	$ 99,96
Variación precio	**-$ 0,038**

Duration



$$D = \frac{\displaystyle\sum_{t=1}^{n} \frac{t.C}{\left(1+\frac{TIR}{m}\right)^{t}} + \frac{n.P}{\left(1+\frac{TIR}{m}\right)^{n}}}{V}$$

C = cupón de interés del bono
P = principal
V = precio de mercado del bono
m = número de pagos por año

Duration

$$D = \frac{\overbrace{\frac{10}{(1,10)}}^{9,09}\times 1 + \overbrace{\frac{10}{(1,10)^2}}^{8,26}\times 2 + \overbrace{\frac{10}{(1,10)^3}}^{7,51}\times 3 + \overbrace{\frac{10}{(1,10)^4}}^{6,83}\times 4 + \overbrace{\frac{110}{(1,10)^5}}^{68,30}\times 5}{100} = 4,17$$

La duration representa un indicador de la vida media ponderada del bono

Cada cobro de cupón es ponderado con respecto a su precio, donde el factor de ponderación es su valor presente

Duration y convexity

Los conceptos de duration y convexity se relacionan respectivamente con la primera y segunda derivadas del precio del bono respecto a la tasa de interés

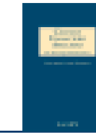
$$V = \sum_{j=1}^{n} \frac{Cj}{(1+TIR)^{j}} = C_1(1+TIR)^{-1} + C_2(1+TIR)^{-2} + \ldots + C_n(1+TIR)^{-n}$$

$$\frac{dV}{dTIR} = -\frac{C_1}{(1+TIR/m)^1} + (-2)\frac{C_2}{(1+TIR/m)^2} + \ldots. + (-n)\frac{C_n}{(1+TIR/m)^n}$$

$$\frac{dP}{dTIR} x \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})} x \frac{\frac{1C_1}{(1+TIR/m)^1} + \frac{2C_2}{(1+TIR/m)^2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{nC_n}{(1+TIR/m)^n}}{P}$$

$$\frac{dP}{dTIR} x \frac{1}{P} = -\frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})} x \ Duration$$

Duration



t	CF	t x CF	$1/(1+i)^t$	PV CF	PV CF x t
1	10	10	0,909	9,091	9,091
2	10	20	0,826	8,264	16,529
3	10	30	0,751	7,513	22,539
4	10	40	0,683	6,830	27,321
5	110	550	0,621	68,301	341,507
			Total	100	**416,99**

$$\frac{416{,}99}{1{,}10} = 379{,}08$$

$$V' = 100 - 379{,}08 \times 0{,}0001 = 99{,}96$$

O alternativamente, podríamos haber multiplicado la duration modificada por la variación porcentual de la tasa para obtener la variación porcentual en el precio del bono:

Variación % V =DM x variación % TIR

Variación % V = -3,7908 x 0,0001=-0,04%

Duration - cupón del 10% anual y el 5% semestral

Cupón	Valor Actual	% sobre V	% sobre V x t
10	9,09	0,09	0,09
10	8,26	0,08	0,17
10	7,51	0,08	0,23
10	6,83	0,07	0,27
110	68,3	0,68	3,42
		Duration	**4,17**

Cupón	Valor Actual	% sobre V	% sobre V x t
5	4,55	5,60%	0,06
5	4,13	5,10%	0,1
5	3,76	4,60%	0,14
5	3,42	4,20%	0,17
105	65,2	80,40%	4,02
		Duration	**4,49**

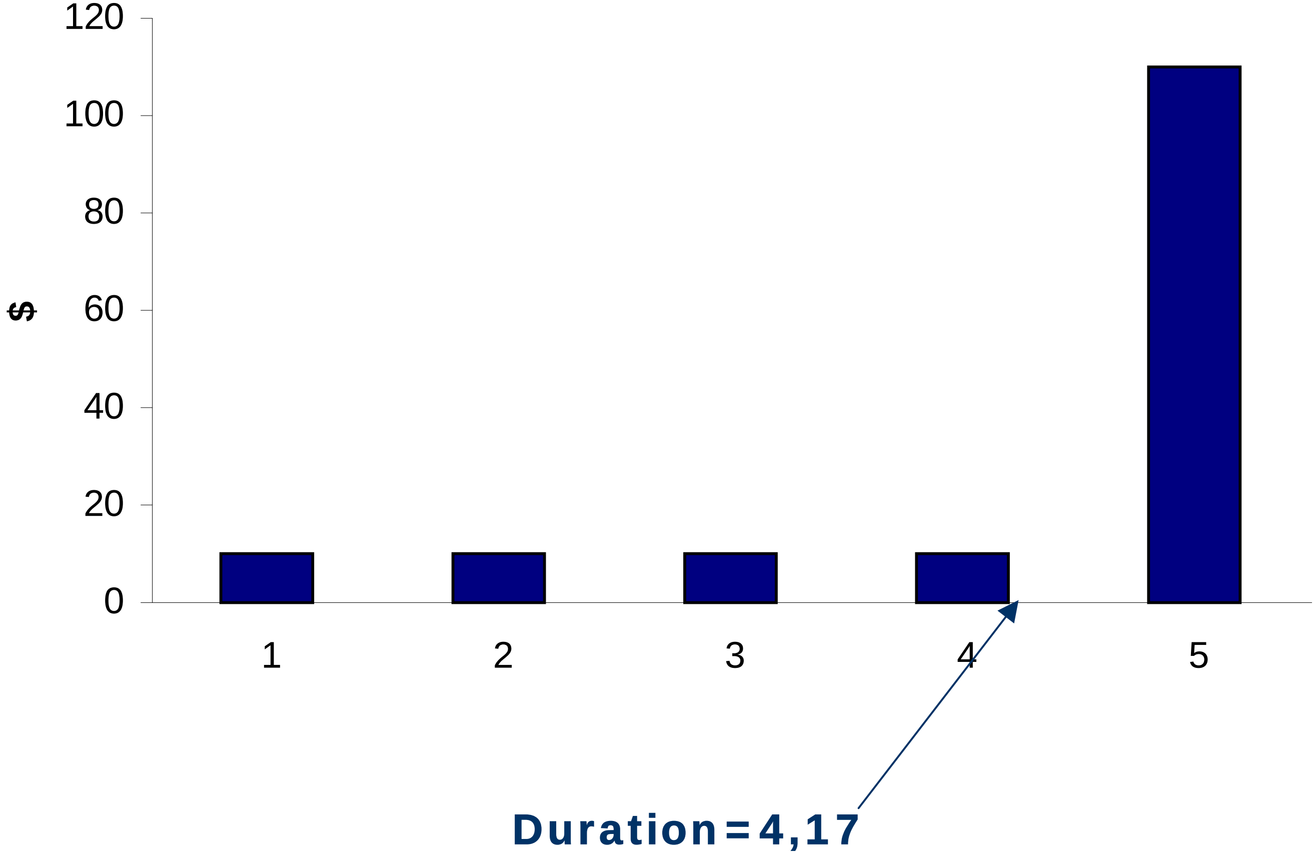
Factores que afectan la duration

La duration está estrechamente ligada al componente tiempo del bono, siendo los factores que la influyen:

- La tasa de interés
- El tamaño del cupón
- La frecuencia en el pago del cupón
- El plazo de vencimiento
- El monto de los intereses corridos

Duration

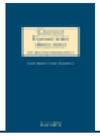
La duration es el centro de gravedad del bono



Duration modificada

$$DM = \frac{D}{(1+\frac{TIR}{m})} = \frac{4,17}{(1,10)} = 3,79$$

Duration y Duration modificada



Ejemplo de aplicación con Excel

En el caso del ejemplo anterior, del bono emitido con un cupón del 10 % a 5 años, usted puede calcular la duración y la duración modificada simplemente escribiendo en una casilla las siguientes fórmulas:

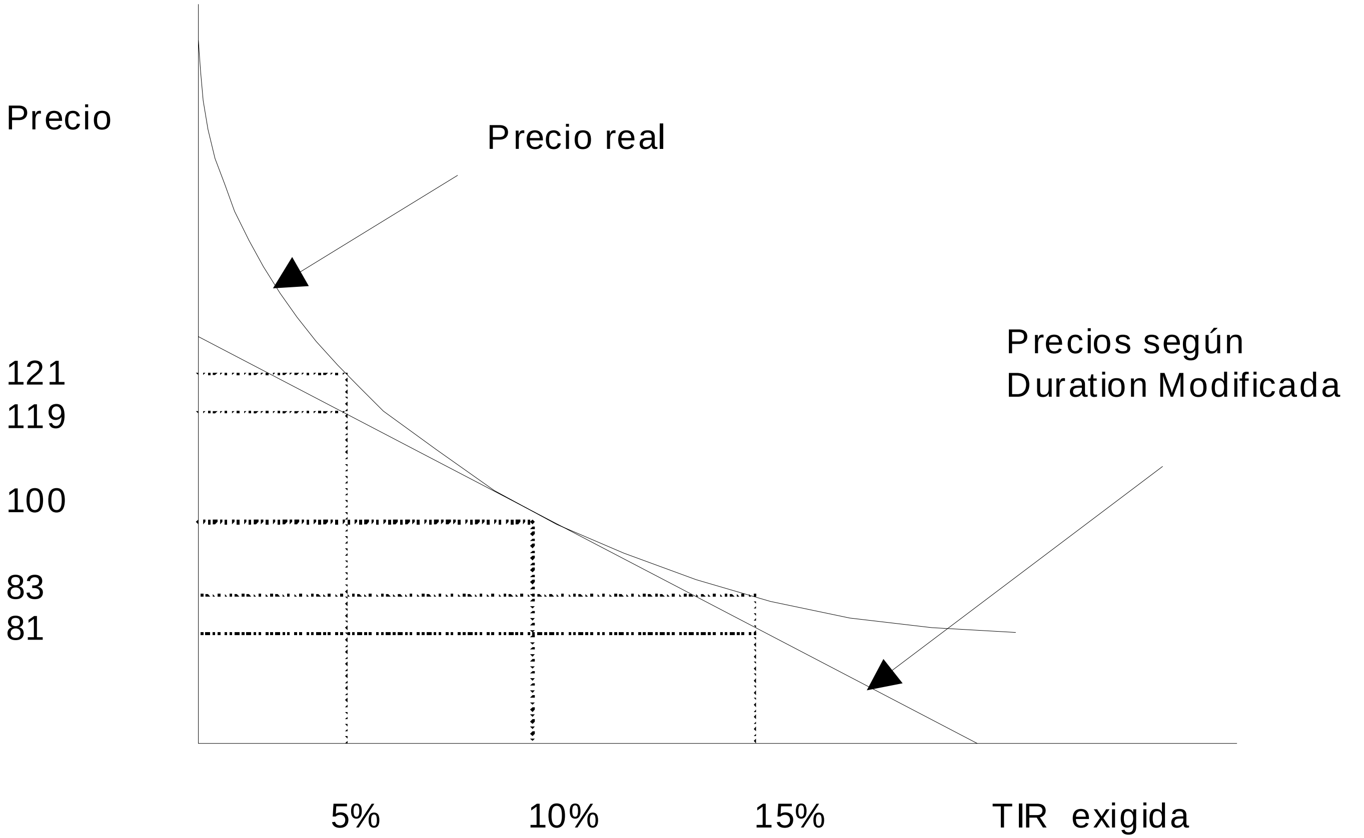
=DURACION("31-12-2000";"31-12-2005";0,1;0,1;1)
Y el resultado debería ser igual a 4,17

=DURACION.MODIF("31-12-2000";"31-12-2005";0,1;0,1;1)
Y el resultado debería ser igual a 3,79

Volatilidad según Duration Modificada

Tasa de interés	Precio real	Pronostico s/ Duration modificada	% cambio real en el precio	Volatilidad s/Duration modificada	Volatilidad en dinero
5%	$ 121,60	$ 119,00	21,60%	19,00%	$ -19,00
6%	$ 116,80	$ 115,20	16,80%	15,20%	$ -15,20
7%	$ 112,30	$ 111,40	12,30%	11,40%	$ -11,40
8%	$ 108,00	$ 107,60	8,00%	7,60%	$ -7,60
9%	$ 103,90	$ 103,80	3,90%	3,80%	$ -3,80
9,99%	**$ 100,04**	**$ 100,04**	**0,04%**	**0,04%**	**-3,79%**
10%	**$ 100,00**	**$ 100,00**	**0,00%**	**0,00%**	**$ 0,00**
10,01%	**$ 99,96**	**$ 99,96**	**-0,04%**	**-0,04%**	**3,79%**
11%	$ 96,30	$ 96,20	-3,70%	-3,80%	$ 3,80
12%	$ 92,80	$ 92,40	-7,20%	-7,60%	$ 7,60
13%	$ 89,40	$ 88,60	-10,60%	-11,40%	$ 11,40
14%	$ 86,30	$ 84,80	-13,70%	-15,20%	$ 15,20
15%	$ 83,20	$ 81,00	-16,80%	-19,00%	$ 19,00

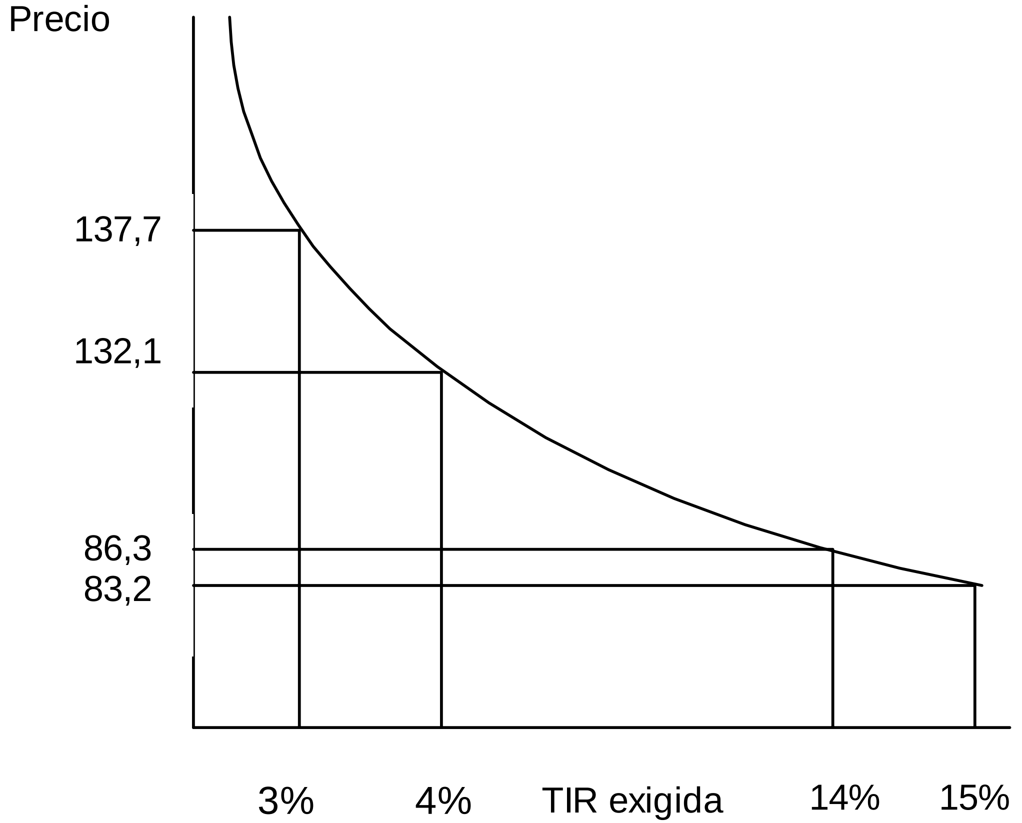
Efectos impositivos



La recta tangente representa los distintos precios que corresponden a distintas yield según la Duration Modificada; la curva convexa representa los precios reales que corresponden a distintas yield:

- Para una reducción de la TIR exigida del 10 al 5%, el precio según Duration Modificada es 119, mientras que el precio real es de 121
- Para un aumento de la TIR exigida del 10 al 15%, el precio según Duration Modificada es de 81, mientras que el precio real es de 83

Cambios en la TIR exigida afectan de manera asimétrica al precio del bono



Variación exacta del precio del bono

Para calcular la *convexity simple (Cx)* , utilizamos la siguiente fórmula:

$$Cx = \frac{1}{(1+\frac{TIR}{m})^2} \, x \, \frac{\sum_{t=1}^{n} t.(t+1).\frac{CF}{(1+TIR)^t}}{m.m.V}$$

Donde *CF* representa el flujo de fondos del bono, *t* el período de tiempo de cada cupón, y *f* la frecuencia con que se pagan los mismo. Para la Convexity (*CV*), simplemente dividimos la convexity simple por 2 (dos):

$$CV = \frac{Cx}{2}$$

Convexity

CUPÓN	CF	V.A. *CF*	$\frac{t.(t+1)}{mmV}$	V.A. *CF*. $\frac{t.(t+1)}{m.m.V}$
1	10	9,09	0,02	0,1818
2	10	8,26	0,06	0,4958
3	10	7,51	0,12	0,9015
4	10	6,83	0,2	1,3660
5	110	68,30	0,3	20,490
		100,00		Cx = 23,435

Como 23.43 representa la segunda parte de la fórmula de la convexity simple, nos falta dividir por $(1+TIR)^2$ y luego dividir por 2 (dos) para obtener la convexity (*CV*):

$23.43/(1.10)^2 = 19.36$

$CV = 19.36/2 = 9.6837$

Suponiendo que la TIR requerida por el mercado se incrementara en un 3 %, sumando los valores que nos dan la Duration modificada y la Convexity deberíamos determinar con exactitud el cambio porcentual en el precio del bono:

Δ % en el precio del bono por Duration modificada: - *11.4 %*

+

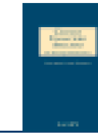
Δ % en el precio del bono por Convexity ($0.03^2 \times 9.6837$)*:* 0.87 %

Total -10.55 %

Variación exacta del precio del bono

$$\Delta \% V = D.\ Modif \times \Delta TIR + Convexity \times \Delta TIR^2$$

Convexity – factores que la afectan



1. Cuando aumenta la TIR requerida de un bono, cae su convexity y viceversa
2. A mayor Duration, mayor convexity y viceversa.