

# **Modelo de Inversión Óptima en Educación y Sesgo de Habilidad (Ability Bias)**

Economía Laboral  
LIE – UCEMA  
Prof. Julio Elías

# Modelo simple de elección óptima de los años de educación formal

## Principales supuestos

- Las personas tienen un horizonte de planeamiento infinito que empieza a la edad de años de educación mínimos obligatorios ( $t = 0$ ).
- Las personas descuentan los flujos de ingresos futuros a la tasa de interés,  $r$ .
- Las personas deciden cuándo abandonar la escuela.
- Los ingresos reales de una persona con  $S$  años de educación están dados por la función  $y(S)$ , y la misma es constante en el tiempo.
- Durante la etapa escolar las personas no trabajan y no hay costos directos de educación.
- El objetivo de las personas es maximizar su riqueza.

# Modelo simple de elección óptima de los años de educación formal

La elección óptima de los años de educación se determina mediante la resolución del siguiente problema:

$$\underset{S}{Max} W(S)$$

*CPO:*

$$W'(S) = y'(S^*) \frac{e^{-rS^*}}{r} - y(S^*) e^{-rS^*} = 0$$

o  $\frac{y'(S^*)}{r} = y(S^*)$  Beneficio marginal de  $S$  = Costo marginal de  $S$

o  $r = \frac{y'(S^*)}{y(S^*)}$  Tasa de interés = Retorno a la educación

$$\text{si se asume } \ln y(S_i) = a_i + b_i S_i - \frac{k S_i^2}{2}$$

Entonces  $\frac{y'(S_i)}{y(S_i)} = b_i - k S_i$

## Modelo simple de elección óptima de los años de educación formal

Bajo estas condiciones el valor presente de los ingresos reales, o la riqueza,  $W(S)$ , para una persona con  $S$  años de educación está dado por:

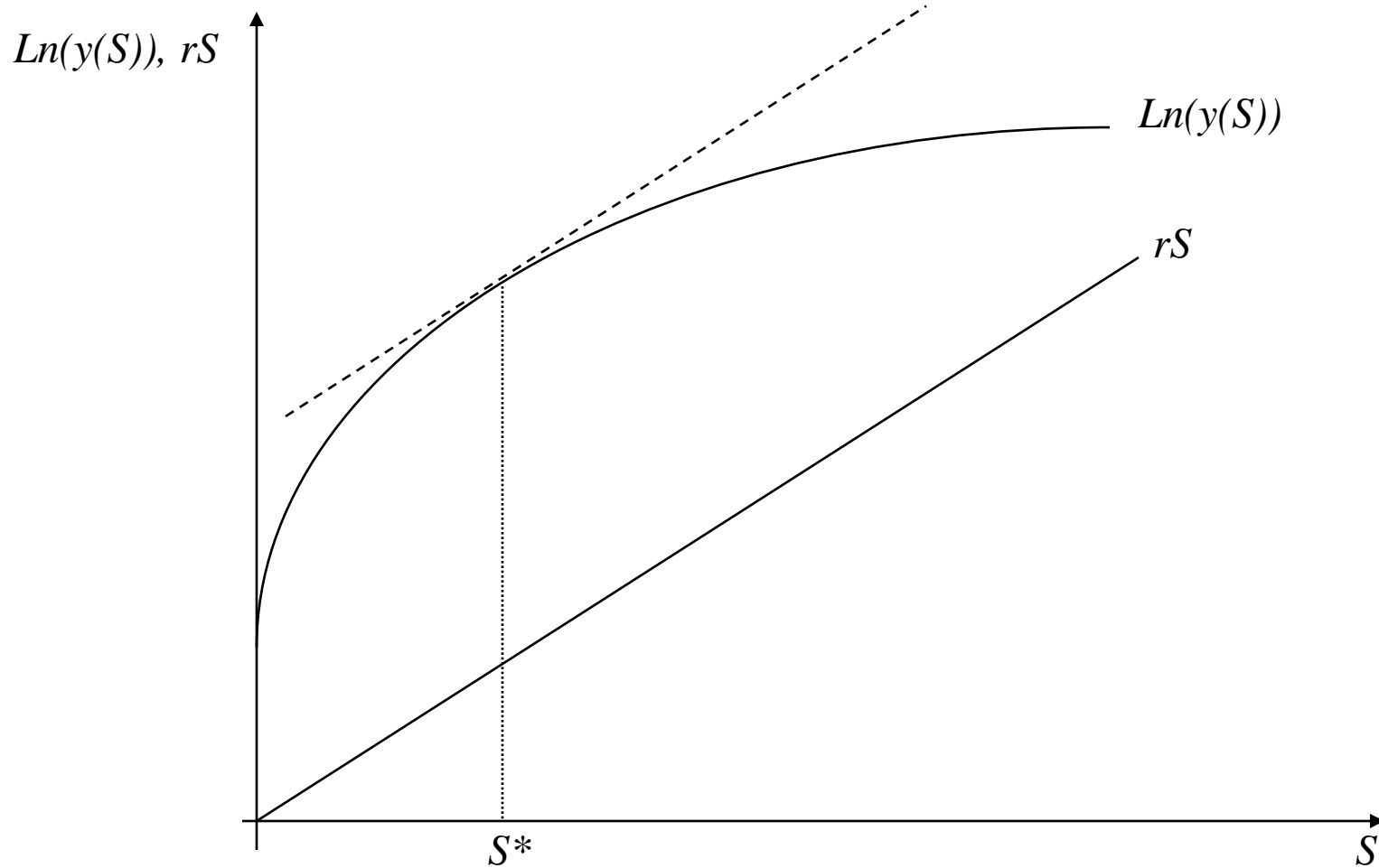
$$W(S) = \int_0^S 0e^{-rt} dt + \int_S^{\infty} y(s)e^{-rt} dt = y(S) \int_S^{\infty} e^{-rt} dt$$
$$W(S) = y(S) \left( -\frac{e^{-rt}}{r} \right) \Big|_S^{\infty} = y(S) \left( 0 - \left( -\frac{e^{-rS}}{r} \right) \right) = y(S) \frac{e^{-rS}}{r}$$

El problema para el individuo es maximizar su riqueza,  $W(S)$ , eligiendo su nivel de educación.

Tomando logaritmos el problema se reduce a elegir los años de educación,  $S$ , que maximizan la diferencia entre  $\ln(y(S))$  y  $rS$ , ya que:

$$\ln W(S) = \ln y(S) - rS - r$$

**¿Cuándo una persona debería abandonar la escuela?**



## Modelo simple de elección óptima de los años de educación formal

Como asumimos una función explícita para  $y(S)$  podemos resolver de manera explícita para  $S^*$ :

Como 
$$\ln y(S_i) = a_i + b_i S_i - \frac{k S_i^2}{2}$$

$$\frac{y'(S_i)}{y(S_i)} = b_i - k S_i$$

Utilizando las condiciones de optimalidad:

$$\frac{y'(S_i^*)}{y(S_i^*)} = b_i - k S_i^* = r_i$$

Entonces 
$$S_i^* = \frac{b_i - r_i}{k}$$

# Modelo simple de elección óptima de los años de educación formal

El nivel de educación óptima para el individuo está dado por:

$$S_i^* = \frac{b_i - r_i}{k}$$

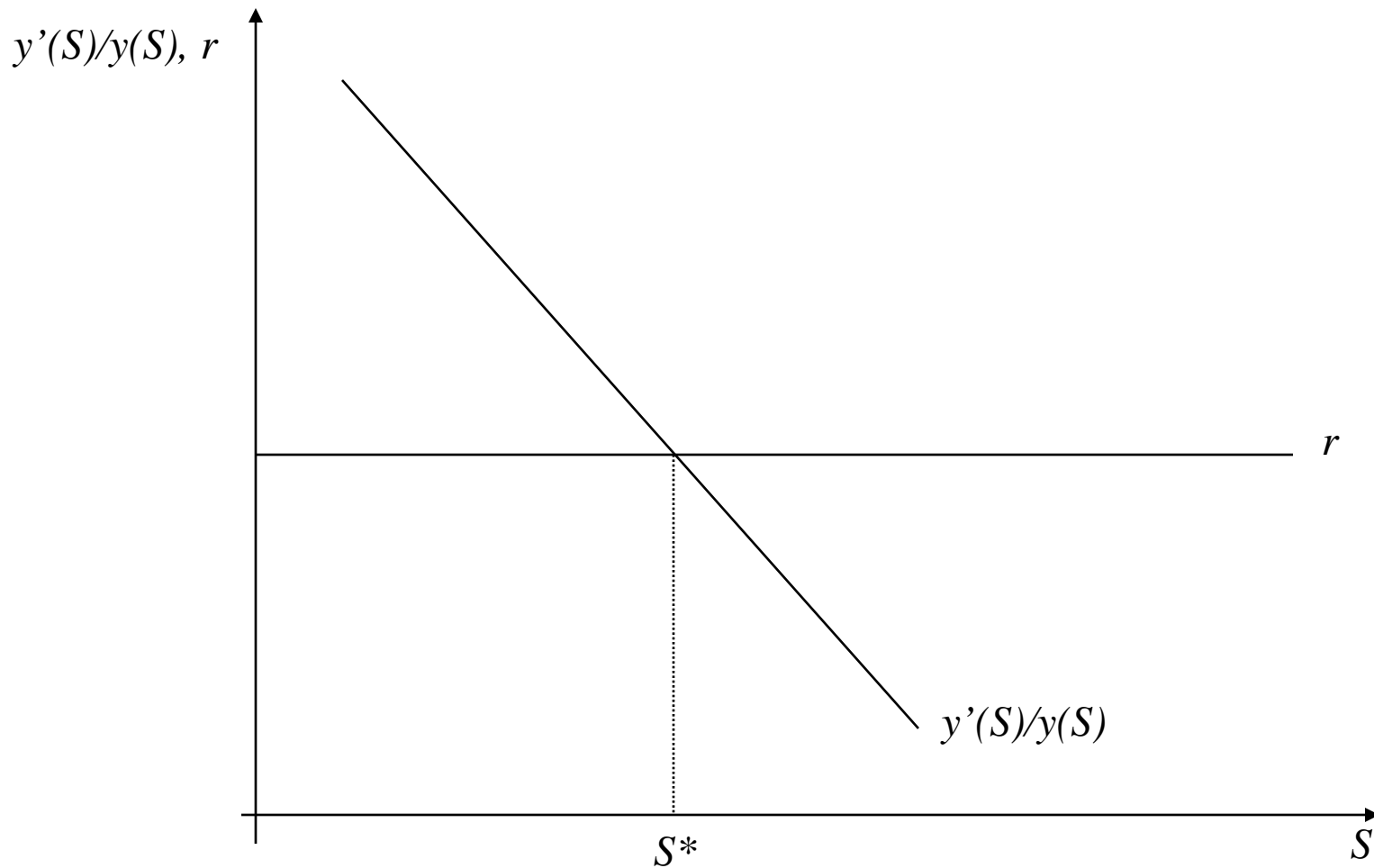
Principales implicancias:

- 1- Las personas con una mayor habilidad para transformar la educación en ingresos,  $b_i$ , invertirán más en educación.
  - 2- Las personas que enfrentan una mayor tasa de interés,  $r_i$ , invertirán menos en educación.
  - 3- En el nivel de equilibrio de educación del individuo, el retorno marginal a la educación es
- $$\beta_i = b_i - kS_i^* = b_i - k \frac{b_i - r_i}{k} = r_i$$
- 4- El retorno promedio a la educación está dado por:

$$\bar{\beta} = E[\beta_i] = E[b_i - kS_i^*] = E[b_i] - kE[S_i^*] = \bar{b} - k\bar{S}^* = \bar{r}$$

Este es el aumento esperado en el ingreso medio si una muestra aleatoria de la población adquiere una unidad más de educación. Como veremos, este parámetro no es necesariamente el retorno relevante para evaluar una política educativa en particular.

## Nivel de equilibrio de la inversión en educación





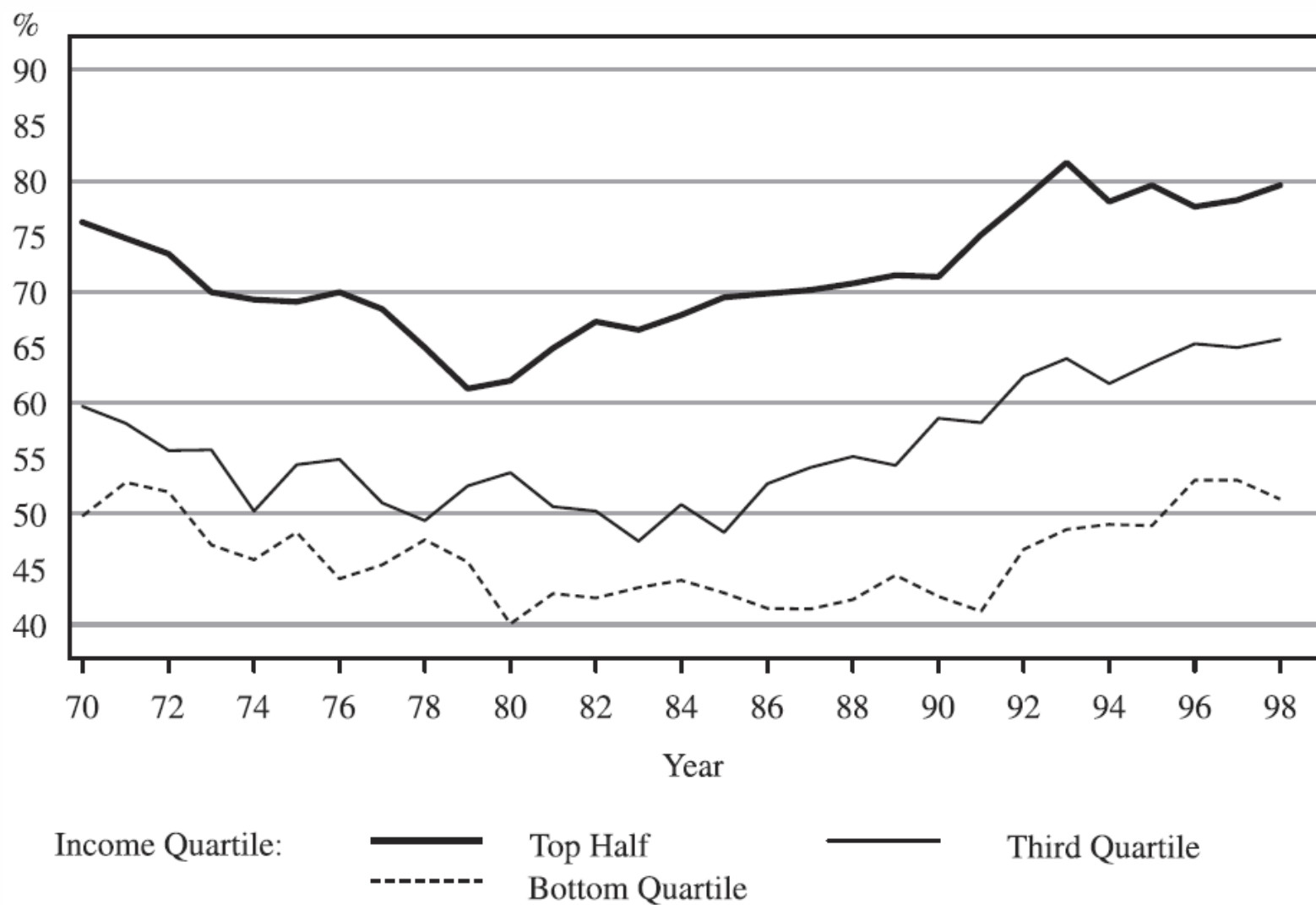


Fig. 1. *College Participation by 18 to 24 year Old Male High School Completers by Parental Family Income Quartiles*

Carneiro, Pedro, and James J Heckman. 2002. "The Evidence on Credit Constraints in Post-Secondary Schooling," *The Economic Journal*, vol. 112, págs. 705-734, October.

## **La relación entre ingresos de la familia y educación de los hijos**

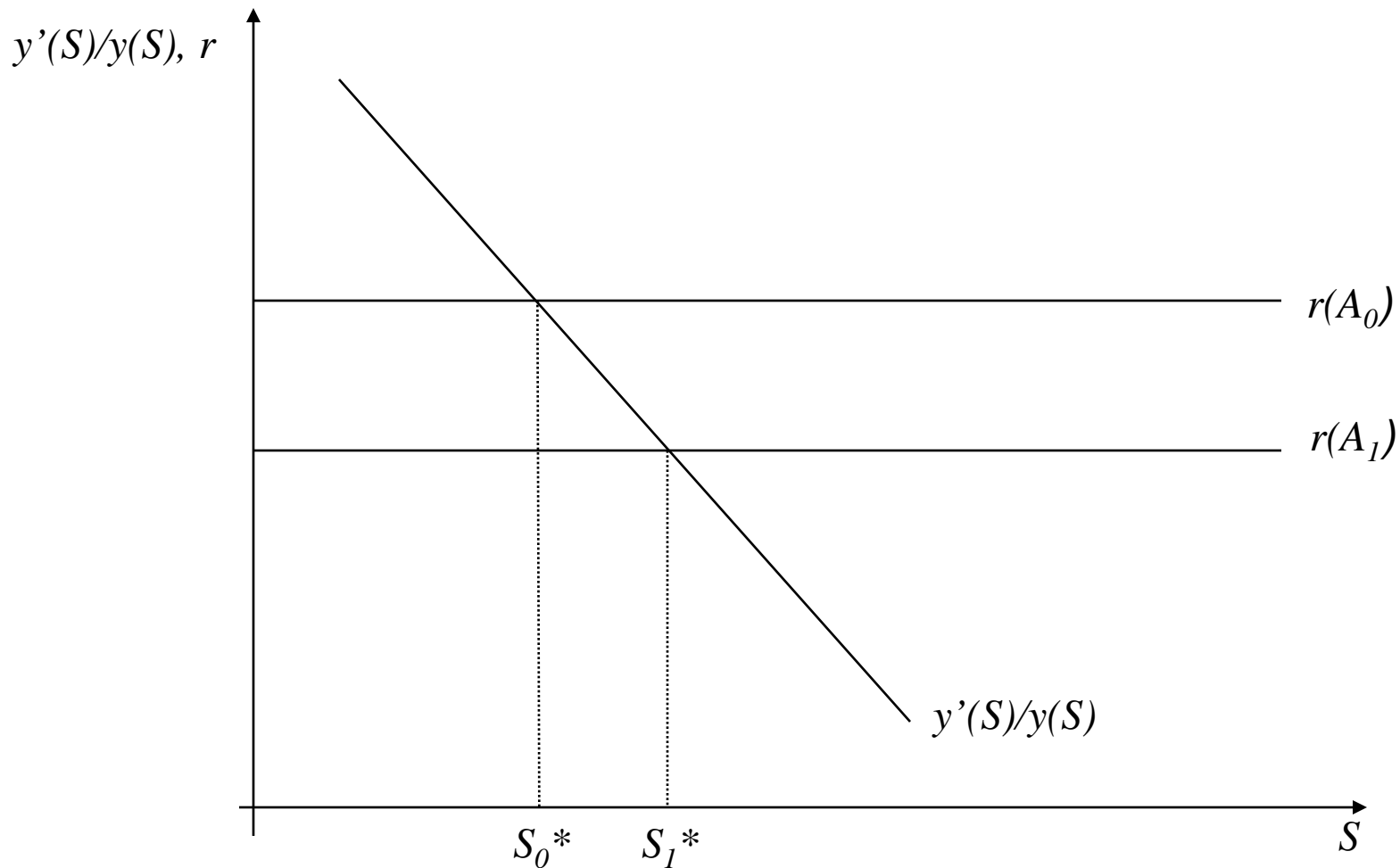
- La figura 1 muestra para los Estados Unidos series de tiempo agregadas de tasas de participación en la universidad para hombres entre 18 y 24 años clasificados de acuerdo al ingreso de sus padres.
- La figura muestra que existen diferencias sustanciales entre las tasas de participación por nivel de ingreso familiar. Este patrón se repite en muchos países.
- Existen dos interpretaciones posibles, no necesariamente excluyentes, de esta evidencia.
  - Restricciones de crédito afectan el acceso a la educación a las personas con ingreso familiar bajo.
  - Mayores recursos de la familia durante los años de formación del niño están asociados con una mayor calidad de la educación y un mejor ambiente que alimentan el desarrollo de habilidades cognitivas.

## Enfoque “Igualitario”

- El enfoque igualitario asume que todas las personas poseen capacidades similares.
- Diferencias en niveles de inversión e ingresos surgen principalmente por diferencias en factores que afectan a la oferta, como ser suerte, riqueza familiar, subsidios, etc.
- Eliminando estas diferencias se eliminarían las diferencias en oportunidades y como consecuencia las diferencias en niveles de ingreso e inversión en capital humano.
- “The difference between the most dissimilar characters, between a philosopher and a common street porter, for example, seems to arise not so much from nature, as from habit, custom, and education.” Adam Smith.
- Generalmente la principal fuente de diferencias en oportunidades proviene de diferencias en la disponibilidad de fondos.

## Niveles de equilibrio de la inversión en educación

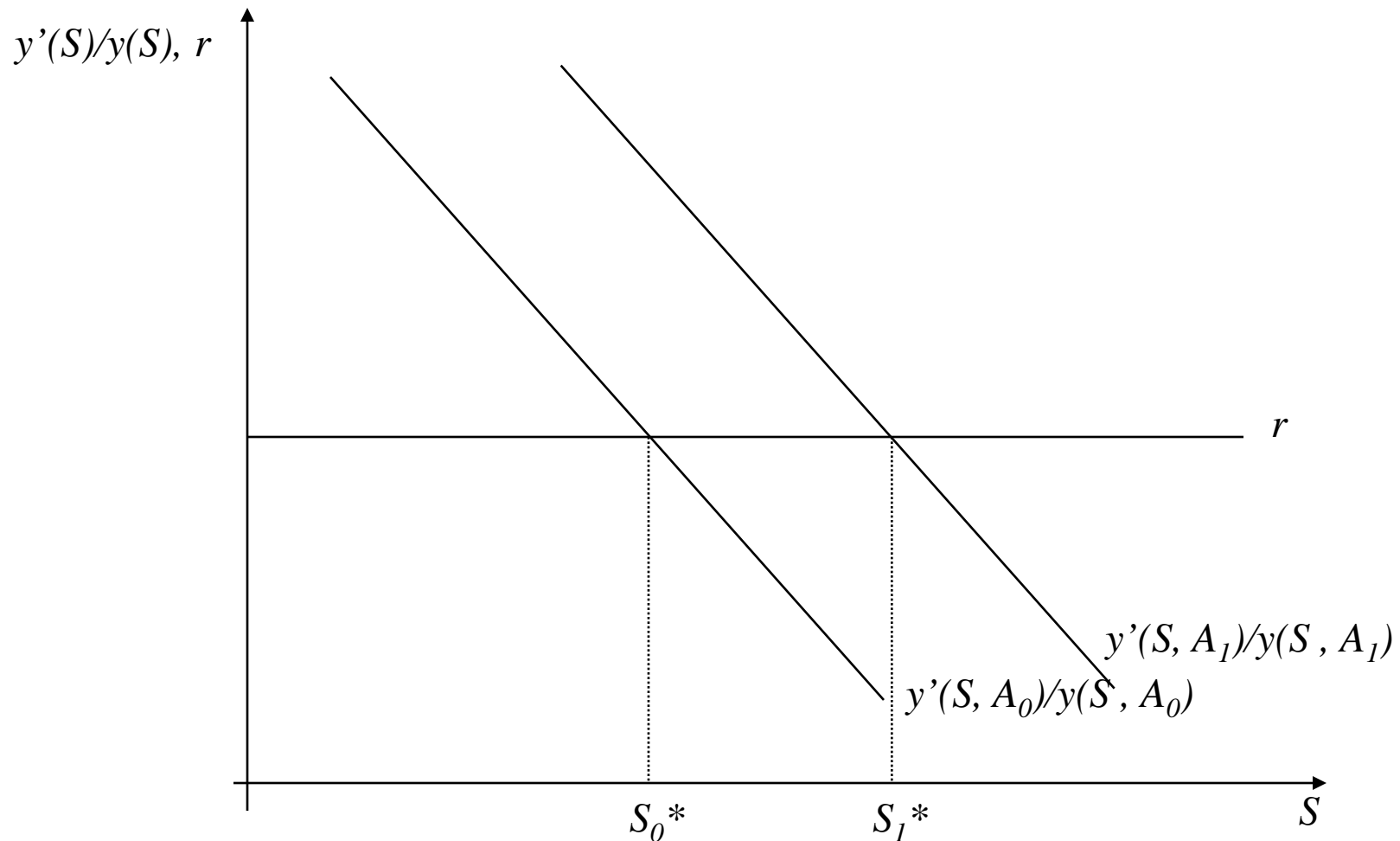
### Diferencias en “oportunidades”



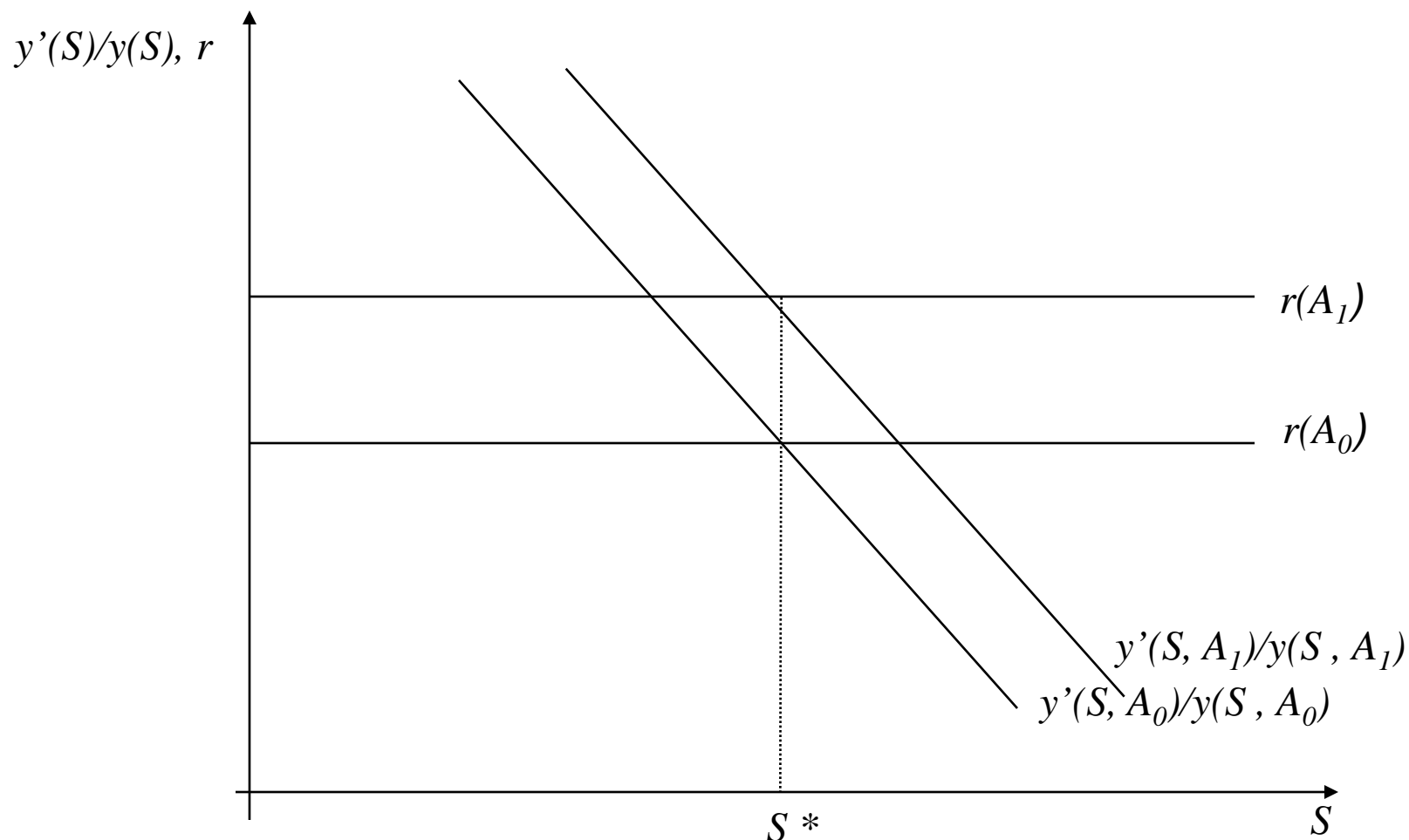
## Enfoque de “Elite”

- El enfoque elite asume que las condiciones de oferta son similares pero que las condiciones de la demanda varía entre las personas.
- La desigualdad en inversión en capital humano e ingresos se debe a diferencias en capacidades para beneficiarse del capital humano.

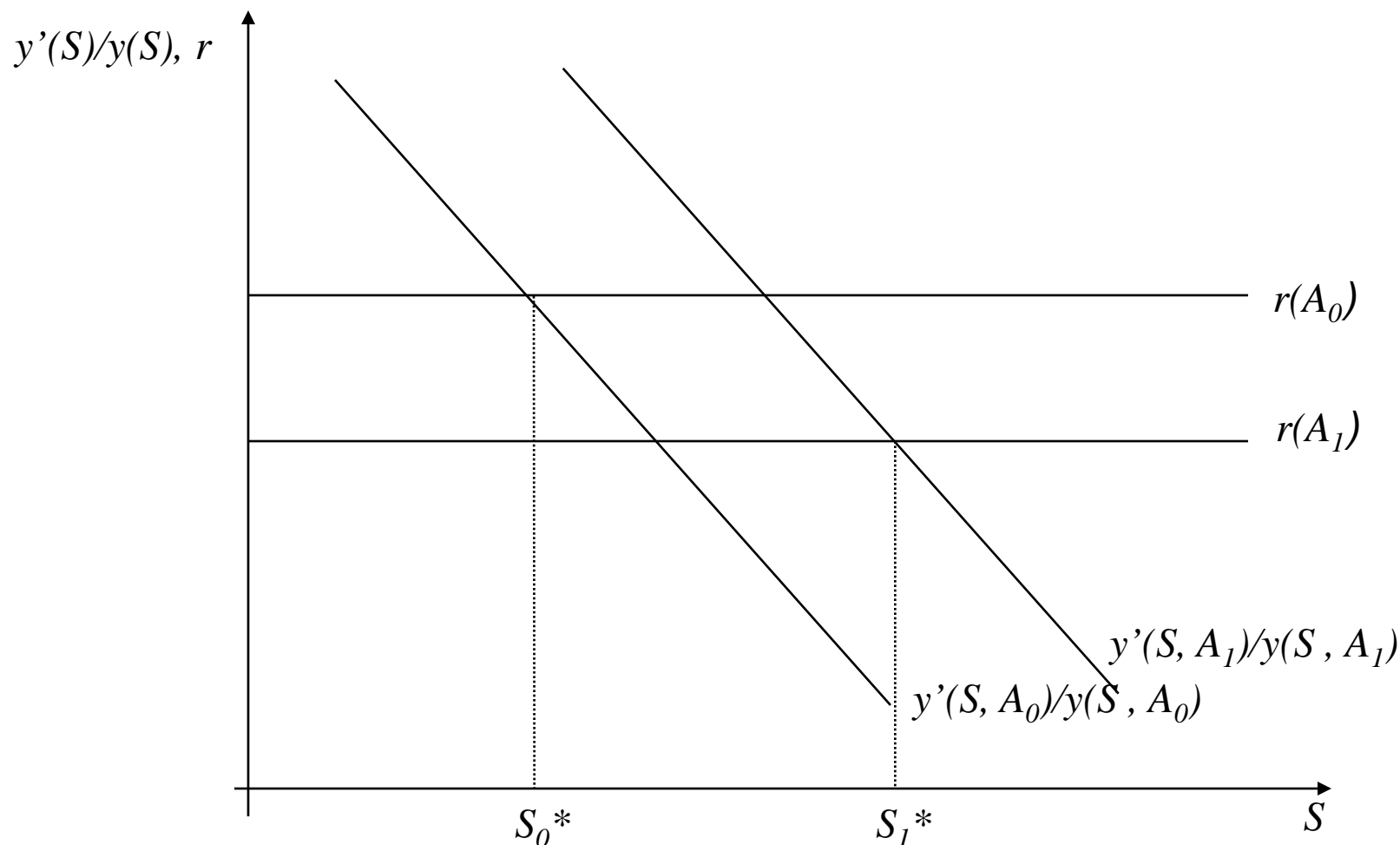
## Niveles de equilibrio de la inversión en educación Diferencias en “habilidades”



**Niveles de equilibrio de la inversión en educación**  
**Diferencias en “habilidades” y en “oportunidades”**  
**Correlación negativa entre habilidad y “oportunidad”**



**Niveles de equilibrio de la inversión en educación**  
**Diferencias en “habilidades” y en “oportunidades”**  
**Correlación positiva entre habilidad y “oportunidad”**





## **Algunas aplicaciones**

### **Igualdad de Oportunidades**

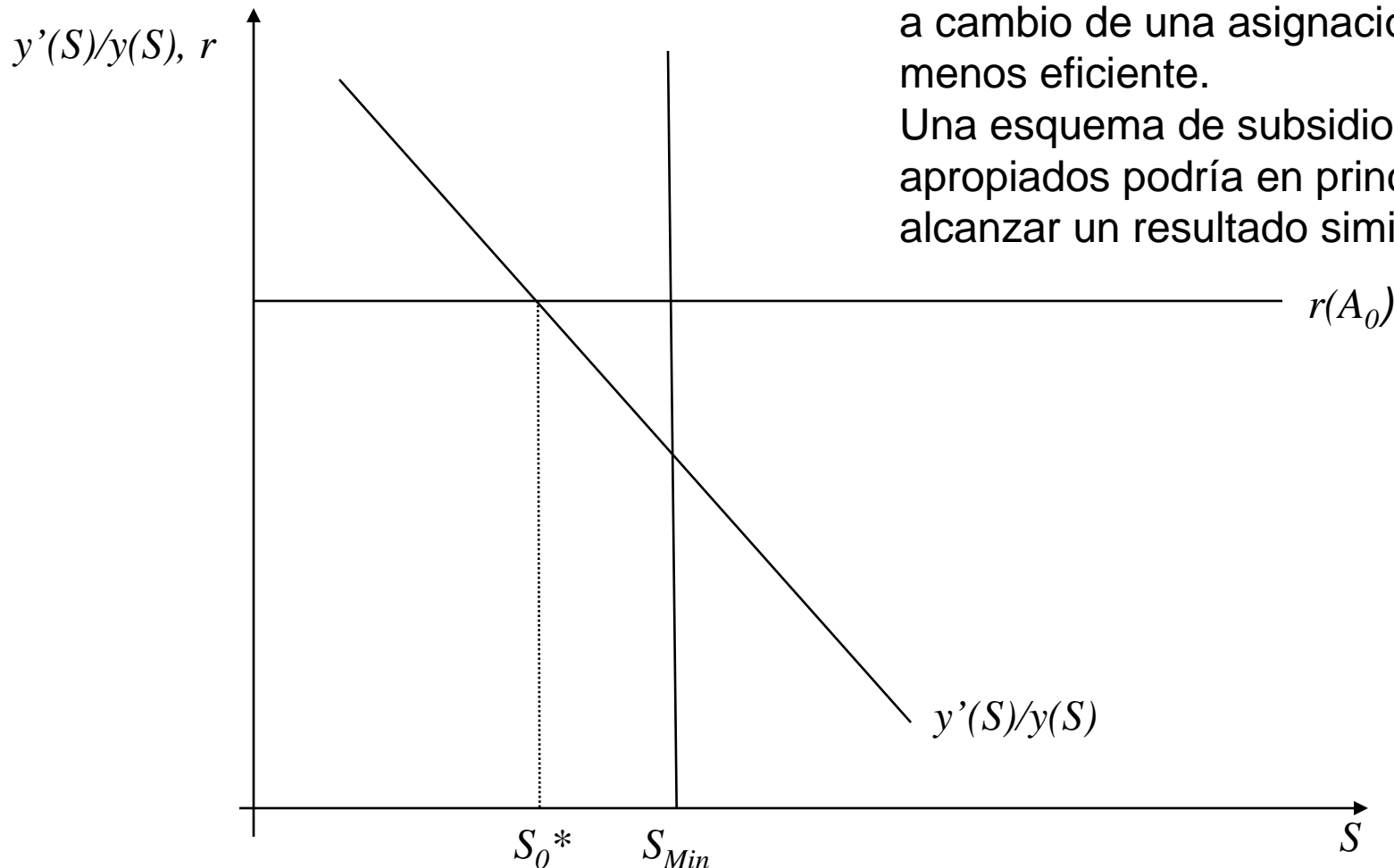
- Uno de los objetivos de la mayoría de los países es el de alcanzar “igualdad de oportunidades”.
- De acuerdo a nuestro enfoque, “igualdad de oportunidades” implica que todas las curvas de ofertas sean iguales, siendo las oportunidades más desiguales cuanto mayor sea su dispersión.
- Una definición completa debería incluir también la eliminación del nepotismo y la discriminación, que también afectaría la dispersión en las curvas de demanda.
- Por ejemplo, si las curvas de ofertas son idénticas y se logra eliminar la discriminación y el nepotismo, los ingresos y la inversión en capital humano diferirán únicamente debido a diferencias en capacidades.
- Ofertas idénticas pueden alcanzarse mediante la educación pública, becas para los inversores, especialmente para los pobres.

## **Algunas aplicaciones**

### **Selección Objetiva**

- Algunas veces se confunde con igualdad de oportunidad políticas que racionan la entrada a escuelas públicas altamente subsidiadas pero no por “favoritismo”, sino a través de estándares “objetivos”, como ser exámenes de ingreso, notas previas, etc.
- Selección objetiva es una ilusión dentro del enfoque “igualitario” ya que si las diferencias en capacidades no son importantes, entonces la selección nunca puede ser objetiva.
- Esto explica porque existe una presión continúa sobre las universidades públicas en los Estados Unidos, y también en la Argentina, a admitir esencialmente a todos los candidatos que cumplan con los requisitos mínimos.
- Más aún, una política de selección objetiva tiende a aumentar la desigualdad ya que aumenta la correlación positiva entre las condiciones de oferta y de demanda.

## Algunas aplicaciones Educación Obligatoria



El truncamiento de la distribución de inversión en educación reducirá la desigualdad de ingresos. Una menor desigualdad se obtiene a cambio de una asignación menos eficiente. Una esquema de subsidios apropiados podría en principio alcanzar un resultado similar.

## Algunas aplicaciones

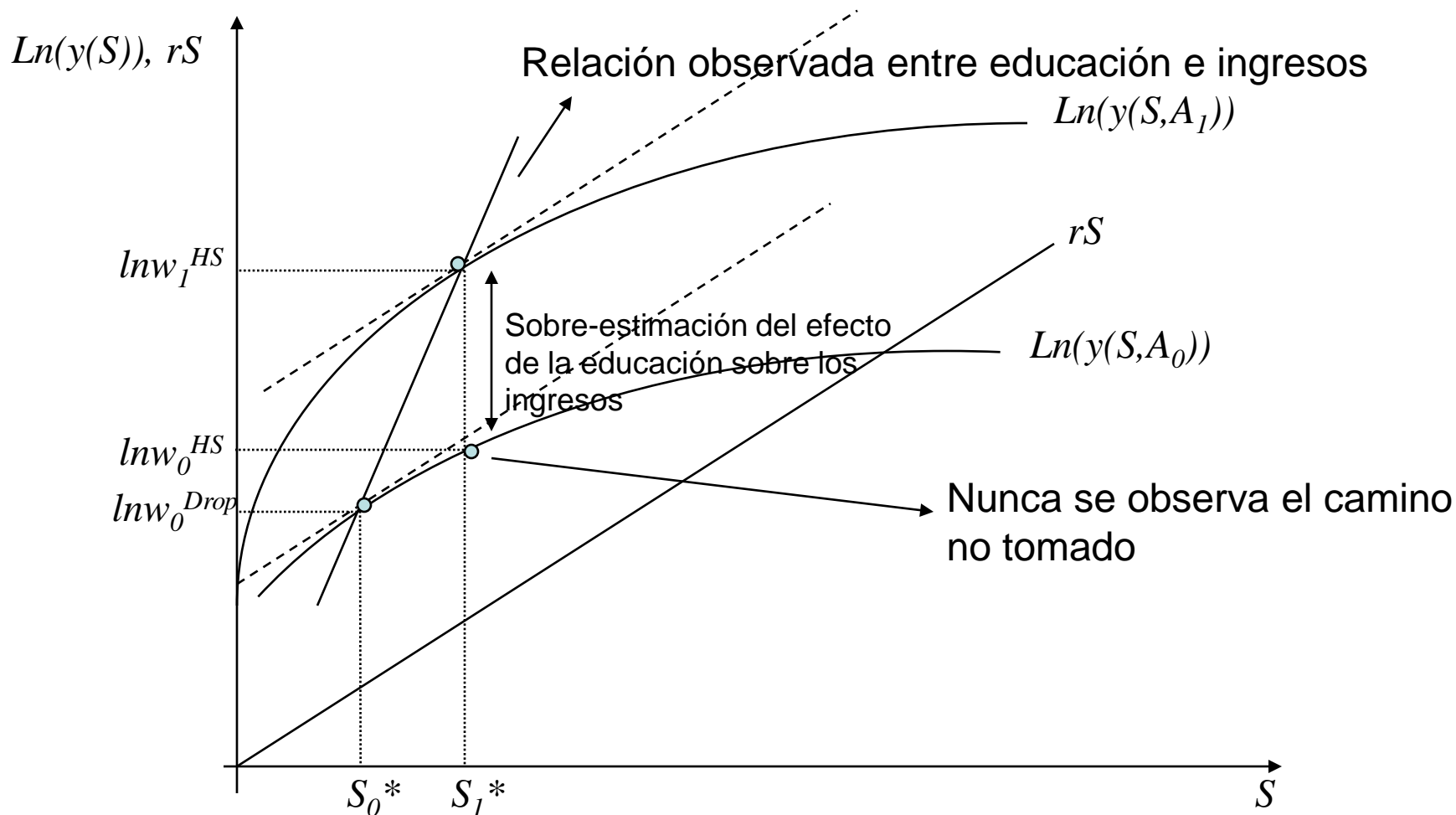
### Igualdad y Eficiencia

- Si se ignora la tolerancia al riesgo de las personas, el criterio para una asignación eficiente de la inversión total en capital humano es que el retorno social sea el mismo para todas las personas.
- Si todas las curvas de ofertas son infinitamente elásticas, una política de igualdad de oportunidades no sólo reduce la desigualdad de ingresos sino que también aumenta la eficiencia de la inversión en capital humano.
- Por otro lado, la educación mínima obligatoria reduce la desigualdad de ingreso pero reduce la eficiencia.
- Selección “objetiva” puede mejorar la eficiencia de la inversión en capital humano pero al mismo tiempo puede aumentar la desigualdad.
- Si la diferencia en “habilidades” domina a las diferencias en “oportunidades” la igualdad y la eficiencia pueden llegar a ser objetivos contrapuestos.

# Ability Bias en estimaciones del retorno a la educación

Estamos interesados en estimar el efecto de la educación sobre los ingresos, esto es:

$$\beta_i = \Delta \ln w_i / \Delta S_i = (\ln w_i^{HS} - \ln w_i^{Drop}) / (HS - Drop)$$



## Estimando el retorno a la educación

- Asuma la siguiente función generadora de ingresos:

$$\ln y_i = a + b S_i + u_i$$

En donde  $y_i$  es una medida de ingresos o salarios,  $S$  es una medida de educación, usualmente en unidades de años de educación o ciclo completado,  $u$  es una perturbación que representa todas las otras fuerzas no observadas que afectan los ingresos, e  $i$  es un índice que identifica a un individuo en particular de la muestra.

El estimador de mínimos cuadrados de  $b$ ,  $\hat{b}$  sombrero, estará dado por:

$$\begin{aligned}\hat{b} &= \frac{\text{cov}(S_i, \ln y_i)}{\text{var}(S_i)} = \frac{\text{cov}(S_i, a + bS_i + u_i)}{\text{var}(S_i)} \\ \hat{b} &= \frac{\text{cov}(S_i, a) + \text{cov}(S_i, bS_i) + \text{cov}(S_i, u_i)}{\text{var}(S_i)} = \frac{0 + b \text{cov}(S_i, S_i) + \text{cov}(S_i, u_i)}{\text{var}(S_i)} \\ \hat{b} &= \frac{b \text{var}(S_i) + \text{cov}(S_i, u_i)}{\text{var}(S_i)} = b + \frac{\text{cov}(S_i, u_i)}{\text{var}(S_i)} = b\end{aligned}$$

El supuesto clave es que  $\text{cov}(S, u) = 0$ . Sin embargo, en general la educación está positivamente correlacionada con factores positivos, no observados, que afectan al ingreso y negativamente correlacionada con factores negativos.

## Un caso simple de ability bias: Modelo de Selección

- Asuma la siguiente función generadora de ingresos:

$$\ln y_i = a + b S_i + u_i$$

En donde  $u_i = A_i + e_i$

$$\text{y } S_i = \lambda A_i + V_i$$

Esto implica que la verdadera relación es:

$$\ln y_i = a + b S_i + A_i + e_i$$

Bajo estos supuestos el estimador OLS de  $b$  está dado por:

$$\hat{b} = b + \frac{\text{cov}(S_i, A_i)}{\text{var}(S_i)} = b + \frac{\lambda \text{var}(A_i)}{\text{var}(S_i)}$$

La magnitud del sesgo dependerá de la magnitud de la selección  $\lambda$ , de  $\text{var}(A)$  y de  $\text{Var}(S)$

## Un caso simple de ability bias: Matching

- Con el objetivo de reducir la “no observabilidad” (i.e. reducir  $\text{var}(A)$ ) se suele comparar hermanos, gemelos. Veamos cuáles son las implicancias.

$$\hat{b} = b + \frac{\text{cov}(S_i, A_i)}{\text{var}(S_i)} = b + \frac{\lambda \text{var}(A_i)}{\lambda^2 \text{var}(A_i) + \text{var}(V_i)}$$

Suponga que  $A_i = A_{fi} + e_{Ai}$   $V_i = V_{fi} + e_{Vi}$

Entonces, en el cross section:

$$\text{var}(A_i) = \text{var}(A_{fi}) + \text{var}(e_{Ai})$$

$$\text{var}(V_i) = \text{var}(V_{fi}) + \text{var}(e_{Vi})$$

Dentro de la familia:

$$\text{var}(A_i) = \text{var}(e_{Ai})$$

$$\text{var}(V_i) = \text{var}(e_{Vi})$$

La magnitud del sesgo será mayor si:

$$\frac{\text{var}(e_{Vi})}{\text{var}(V_{fi})} < \frac{\text{var}(e_{Ai})}{\text{var}(A_{fi})}$$

Es decir, que el sesgo empeora en el caso que la familia es más importante en la determinación del nivel de educación que de la habilidad.

Para reducir el “ability bias” tenemos que mirar a la magnitud relativa  $\text{var}(A)/\text{var}(V)$ . Cuando miramos a familias, reducimos las dos varianzas.