Trabajo Práctico Nº 1
Economía Laboral

Profesor: Julio J. Elías
Profesora Asistente: Vanesa D'Elia

La resolución del trabajo práctico deberá presentarse el martes 18 de agosto, por correo electrónico a Vanesa (vvd04@cema.edu.ar) o dejarlo en Secretaría académica. En las primeras clases prácticas Vanesa les explicará cómo utilizar el paquete estadístico Stata para resolver la primera sección del trabajo práctico.

1. Estadísticas del Mercado Laboral

Para realizar este trabajo práctico deberá utilizar distintos años de la encuesta permanente de hogares (EPH) del área Metropolitana y Gran Buenos Aires que se encuentra disponible en el sitio del curso.

a) Estime las tasas de participación laboral de los hombres por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años) para mayo de 1995, mayo de 1999, mayo de 2001, mayo de 2003, y para el 1º trimestre de 2011. Comente.

b) Estime las tasas de participación laboral de las mujeres (distinguiendo entre casadas, solteras y divorciadas, viudas o separadas) por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años), para mayo de 1995, mayo de 1999, mayo de 2001, mayo de 2003, y para el 1º trimestre de 2011. Comente.

c) Estime las tasas de participación laboral de los hombres por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años), y por nivel educativo (Primario completo o menos, Secundario completo o menos, Terciario incompleto o más) para los años 1995 y 2011. Comente.

d) Estime las tasas de participación laboral de las mujeres (distinguiendo entre casadas, divorciadas, viudas o separadas, y solteras) por edad (entre 25 y 34, 35 y 44, 45 y 54 y entre 55 y 64 años), y por nivel educativo (Primario completo o menos, Secundario completo o menos, Terciario incompleto o más) para los años 1995 y 2011. Comente.

e) Estime los ítems previos b) y d) distinguiendo entre las mujeres sin hijos y con hijos en la casa. Comente.

2. Oferta de trabajo en la Argentina antes de 1930

De acuerdo a Díaz Alejandro en su libro Ensayos sobre la historia económica argentina: "Podría decirse que antes de 1930 la Argentina enfrentaba una curva de oferta de mano de obra integrada por dos segmentos: consistente el primero en la mayor parte de la fuerza de trabajo que existía en el país, debía de ser bastante inelástico en cuanto a la tasa de salarios reales; el segundo, aplicable a necesidades un tanto inferiores o superiores a las atendibles por la fuerza de trabajo ya existente en el país, era más elástico, y para simplificar cabría decir que era perfectamente elástico en cuanto a la tasa de salario real corriente (más algún diferencial) en los centros industriales de Italia y España, que eran las principales fuentes de emigración a la Argentina."

a) Grafique la oferta de trabajo de acuerdo a la hipótesis de Díaz Alejandro.

b) ¿Cuán razonables son sus supuestos? discuta.

c) Grafique la oferta de trabajo asumiendo que se hubiese prohibido la inmigración.

Continuando con el análisis del mercado de trabajo, Díaz Alejandro señala: "En casi todos los años, la economía operó en el tramo elástico a medida que la caudalosa corriente de emigrantes llegaba al país."

d) Grafique el equilibrio en el mercado de trabajo argentino de acuerdo a Díaz Alejandro.

e) ¿Qué efecto hubiese tenido la prohibición de la inmigración sobre el equilibrio del mercado de trabajo?

f) ¿Qué efecto hubiese tenido la imposición de restricciones en el mercado de capitales sobre el equilibrio del mercado de trabajo?

3. El método de los multiplicadores de Lagrange

Generalmente, en economía trabajamos con modelos que involucran optimización con restricciones. Por ejemplo, en el problema de elección del consumidor nos interesa encontrar la canasta de mercado que maximiza el bienestar del consumidor (i.e., la función de utilidad) sujeto a su restricción presupuestaria (i..e, la canasta de mercado optima tiene que ser accesible). En este trabajo práctico estudiaremos (o repasaremos) un método, el método de los multiplicadores de Lagrange, que permite encontrar la solución a este tipo de problemas.

Como mencionamos anteriormente, la mayoría de los problemas en economía poseen la siguiente estructura

Maximizar $F(X_1, X_2, \ldots X_k, B)$ sujeto a $G(X_1, X_2, \ldots, X_k, B) = M$

eligiendo $(X_1, X_2, \ldots, X_k)$

en donde nos referimos a la función F como la "función objetivo" y G como la "función restrictiva".

Por ejemplo, en el problema de elección del consumidor con dos bienes, F y C, el problema del individuo es el siguiente

Maximizar $U(F,C)$ sujeto a $P_F\, F + P_C\, C = I$

eligiendo F y C

En este caso en particular la función de utilidad es la función objetivo y la restricción presupuestaria es la función restrictiva.

A continuación, mostraremos como encontrar la solución a este problema (para el caso de dos variables). Pero el método es más general, ya que permite resolver el problema cuando están envueltas más de dos variables. La solución del problema del consumidor que se describe arriba puede encontrarse mediante la maximización de la siguiente función, conocida como la función Lagrangiana

$$L = U(F,C) + \lambda\, [I - (P_F\, F + P_C\, C)] \qquad (1)$$

en donde el multiplicador, λ (el "multiplicador de Lagrange"), nos da el aumento de la utilidad (la función objetivo) como consecuencia del aumento en $1 del ingreso (el nivel de la restricción) o lo que llamaremos la utilidad marginal del ingreso. La solución para los niveles de F y C estará dada en el punto en donde las derivadas de la función Lagrangiana con respecto F, C y λ son simultáneamente cero. Nos referimos a estas condiciones como las "condiciones de primer orden". Por lo tanto estas condiciones son

$$\frac{\partial L}{\partial F} = \frac{\partial U(F^*, C^*)}{\partial F} - \lambda^* P_F = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial U(F^*, C^*)}{\partial F} = \lambda^* P_F \qquad (2)$$

$$\frac{\partial L}{\partial C} = \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C} - \lambda^* P_C = 0 \;\Rightarrow\; \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C} = \lambda^* P_C \qquad (3)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = I - P_F F^* - P_C C^* = 0 \;\Rightarrow\; P_F F^* - P_C C^* = I \qquad (4)$$

Las primeras dos ecuaciones nos indica que la solución óptima requiere que el impacto de cada variable en la función objetivo, $\frac{\partial U(F,C)}{\partial F}$ y $\frac{\partial U(F,C)}{\partial C}$, sea proporcional al efecto sobre la función restrictiva, P_F y P_C, siendo lambda (λ) el factor de proporcionalidad. La necesidad de estas condiciones siguen el siguiente argumento: si aumentamos F en una pequeña cantidad dF entonces el valor de la función restrictiva caería en $P_F\, dF$ lo que obligaría al individuo a cambiar C en una cantidad $-\frac{P_F}{P_C}dF$, para mantener el valor de $P_F F + P_C C$ igual a I. El efecto neto de esto en la función objetivo sería

$$dU = \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F} dF - \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C}\frac{P_F}{P_C} dF \qquad (5)$$

En el óptimo, dU tiene que ser cero (i.e. no existe la posibilidad de mejorar el bienestar del individuo mediante una reasignación del gasto en F y C) lo que implica que

$$\frac{\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F}}{\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C}} = \frac{P_F}{P_C} \qquad (6)$$

o que los efectos de F y C en la función objetivo ($U(F,C)$) tiene que ser proporcional a su efecto sobre la restricción.

Las 3 condiciones de primer orden (ecuaciones 2, 3 y 4) nos dan un sistema de 3 ecuaciones en 3 incógnitas, F, C y λ. Podemos resolver para los valores óptimos de F y C utilizando las condiciones de optimalidad. Como las condiciones de primer orden dependen de los parámetros del modelo, I, P_F y P_C, las soluciones de F, C y λ también serán funciones de I, P_F y P_C. Esto es

$$F = F^*(P_F, P_C, I) \qquad (7)$$

$$C = C^*(P_F, P_C, I) \qquad (8)$$

$\lambda = \lambda^*(P_F, P_C, I)$ (9)

Estática comparativa

Generalmente, en economía estamos interesados en analizar el efecto de cambios en los parámetros del modelo sobre las variables endógenas. Por ejemplo, en el modelo de elección del consumidor es interesante analizar el efecto de un cambio en el ingreso del consumidor sobre su elección óptima. Diferenciando el sistema se obtiene

$$\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F^2}dF + \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F \partial C}dC - P_F d\lambda = 0 \qquad (10)$$

$$\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C \partial F}dF + \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C^2}dC - P_C d\lambda = 0 \qquad (11)$$

$$P_F dF + P_C dC = dI \qquad (12)$$

o

$$\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F^2}\frac{dF}{dI} + \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial F \partial C}\frac{dC}{dI} - P_F \frac{d\lambda}{dI} = 0 \qquad (13)$$

$$\frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C \partial F}\frac{dF}{dI} + \frac{\partial U(F^*,C^*)}{\partial C^2}\frac{dC}{dI} - P_C \frac{d\lambda}{dI} = 0 \qquad (14)$$

$$P_F \frac{dF}{dI} + P_C \frac{dC}{dI} = 1 \qquad (15)$$

Nuevamente tenemos un sistema de 3 ecuaciones (ecuaciones 13, 14 y 15) en 3 incógnitas, $\frac{dF}{dI}$, $\frac{dC}{dI}$ y $\frac{d\lambda}{dI}$, que se puede resolver, por ejemplo, con el método de la regla de Cramer.

A. Una función de utilidad que se utiliza frecuentemente en la teoría de elección del consumidor es la función de utilidad Cobb-Douglas que se representa con la siguiente función

$$U(X,Y) = X^{\alpha} Y^{1-\alpha}$$

Para el propósito de este ejercicio asumiremos que las preferencias del individuo están representadas por la siguiente función de utilidad Cobb-Douglas

$U(F,C) = F^{\alpha}C^{1-\alpha}$

Adicionalmente asuma que el individuo tiene ingreso I y que los precios de F y C están dados por P_F y P_C respectivamente.

El problema del individuo es el de maximizar su utilidad, eligiendo F y C, sujeto a su restricción presupuestaria.

a) Escriba la función Lagrangiana de este problema.

b) Calcule las condiciones de primer orden.

c) Resuelva para los niveles óptimos de F y C.

d) Calcule la elasticidad precio de las demandas de F y C.

e) Calcule la elasticidad cruzada de las demandas de F y C.

f) Calcule la elasticidad ingreso de las demandas de F y C.

Asuma ahora que en la economía hay N individuos iguales.

g) Calcule la demanda de mercado de F y C.

h) Calcule la elasticidad precio de las demandas de F y C.

i) Resuelva el punto c) asumiendo que la función de utilidad está dada por la siguiente función

   $U(F,C) = AF^{0.5}C^{0.5} + B$ en donde A y B son constantes mayores que cero.

Asuma ahora que la función de utilidad es de la forma Cobb-Douglas pero tiene n bienes. Es decir

$$U(X_1,....,X_n) = X_1^{\alpha_1} X_2^{\alpha_2} .....X_n^{1-\alpha_1-...-\alpha_{n-1}}$$

Adicionalmente asuma que el individuo tiene ingreso I y que los precios de $X_1,\ldots,X_n$ están dados por $P_1....P_n$ respectivamente.

j) Escriba la función Lagrangiana de este problema.

k) Calcule las condiciones de primer orden.

l) Resuelva para los niveles óptimos de X_i $i = 1,\ldots n$.